

DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL NO LINEAL MULTIVARIABLE BASADO EN EL MÉTODO DE LINEALIZACIÓN POR REALIMENTACIÓN DE ESTADOS APLICADO A UN ROBOT MANIPULADOR ESFÉRICO DE DOF

Ronald Divio Maravi Pinto
Sección de Postgrado - Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica
Email: rdmarpi@hotmail.com

RESUMEN

El presente artículo presenta la aplicación de la metodología de control no lineal denominada linealización por realimentación de estados a un robot manipulador esférico de 2 DFO (Degrees-of-Freedoms). Este robot se compone de una base giratoria y un eslabón., cuyas posiciones angulares serán controladas mediante la técnica de control en cuestión. Las metas impuestas para este trabajo son: modelado del proceso, diseño del controlador no lineal MIMO (Multiple-Input-Multiple-Output) de 2 entradas y 2 salidas, diseño del observador no lineal MIMO también de 2 entradas y 2 salidas, y simulación del sistema de control no lineal diseñado para demostrar que las salidas del proceso son capaces de seguir la evolución de trayectorias deseadas arbitrarias. Este proyecto de investigación es un esfuerzo más orientado al campo de la construcción y pruebas de funcionamiento de robots manipuladores controlados con nuevas estrategias de control. La motivación es clara: los robot manipuladores controlados por realimentación tienen mayor impacto en los procesos de manufactura, tanto para realizar una serie de trabajos repetitivos y en ambiente peligrosos, así como para lograr mayor precisión en el control de trayectorias de trabajo.

ABSTRACT

This paper presents the multivariable feedback linearization methodology applied to a spherical robot arm of 2 DOF to solve the problem of trajectory tracking. The base of the robot arm (a metallic disk joined to a metallic bar) is driven by a first DC motor, while its metallic link is driven by a second DC motor. Both motors possess optical encoders to sense angular positions. The robot arm is a multivariable square process with two inputs (armature voltages) and two outputs (angular positions of the base and the link). Simulation results of the designed nonlinear control system will demonstrate that the designed control inputs make the outputs capable of tracking desired trajectories.

INTRODUCCIÓN

El Robot Manipulador Esférico de 2 DOF esta compuesto por un primer motor DC con encoder montado en posición vertical, a cuyo eje se ha fijado la base metálica del manipulador: un disco de aluminio unido a un prisma. El segundo motor DC también con encoder, está montado en posición horizontal sobre el prisma de la base y su eje está fijado a un eslabón metálico, que cumple la función de un brazo. El modelo dinámico del robot es no lineal, como se verá más adelante, por lo que no es posible controlarlo empleando técnicas clásicas, menos aún si lo que se quiere controlar es una trayectoria arbitraria.

La idea fundamental del algoritmo empleado es la linealización del proceso mediante un cambio adecuado de coordenadas y una realimentación del vector de estados, de modo tal que el proceso resultante en su forma normal nos permita aplicar técnicas de control lineal conocidas. Para nuestro robot manipulador esférico diseñaremos un controlador no lineal multivariable (MIMO) de 2 entradas y 2 salidas basado en el método de linealización exacta por realimentación de estados que permita al robot seguir en forma asintótica una trayectoria cualquiera continua y diferenciable, donde las entradas al sistema son los

voltajes de armadura de los motores DC usados en las articulaciones y las salidas son la posición q_1 de la base y q_2 del eslabón.

MODELO DEL PROCESO

El modelo es básicamente la descripción matemática (usualmente un conjunto de ecuaciones diferenciales) del sistema físico a ser controlado. En la figura 1 presentamos un esquema del robot manipulador esférico de 2 DOF, donde el motor DC 1, girando con el disco y el prisma forman el primer grado de libertad, y el motor DC 2 girando con el eslabón forman el segundo grado de libertad.

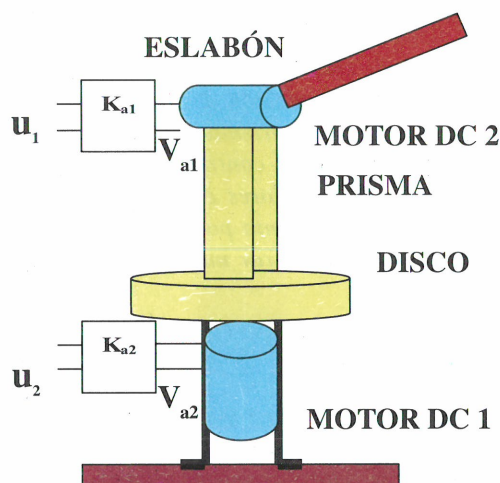


Fig. 1 Esquema del Robot Manipulador Esférico de 2 Grados de Libertad

Para obtener el modelo dinámico del robot usaremos el algoritmo de Lagrange-Euler. [3], [4], [5], de donde podemos obtener para el sub-sistema mecánico la siguiente ecuación dinámica

$$\mathbf{T} = \mathbf{H}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) \quad (1)$$

donde T es el vector de torques con elementos T_1 (actuando en la base) y T_2 (actuando en el eslabón). Dichos torques son de la forma:

$$T_1 = H_{11} \ddot{q}_1 + h_1 \quad (2)$$

$$T_2 = H_{22} \ddot{q}_2 + h_2 + g_2 \quad (3)$$

donde :

$$H_{11} = 2I_1 + (I_2 + 2m_2 l_{c2} l_2 - m_2 l_2^2) \cos^2(q_2)$$

$$H_{22} = I_2 + 2m_2 l_{c2} l_2 - m_2 l_2^2$$

$$h_1 = 2(m_2 l_2^2 - 2m_2 l_2 l_{c2} - I_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \sin(q_2) \cos(q_2)$$

$$h_2 = 2(-m_2 l_2^2 + 2m_2 l_2 l_{c2} + I_2) \dot{q}_1^2 \sin(q_2) \cos(q_2)$$

$$g_2 = m_2 g l_{c2} \cos(q_2)$$

Para calcular los momentos de inercia I_1 de la base e I_2 de la varilla son útiles las referencias [1], [2].

La fig. 2 muestra el diagrama del motor DC 1 acoplado a la base. Dicho motor con encoder incorporado será controlado por su voltaje de armadura u_1 . De la Fig. 2 se obtiene:

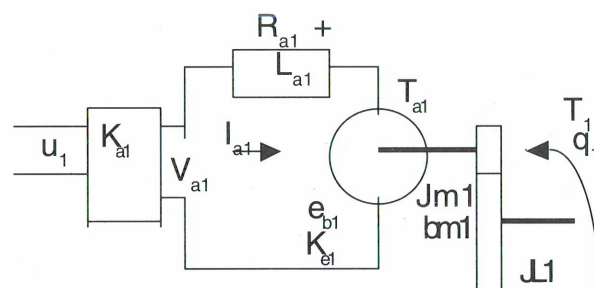


Fig. 2 Esquema del circuito del motor dc 1 para la base.

$$e_{b1} = K_{e1} \omega_{m1} = N_1 K_{e1} \dot{q}_1 \quad (4)$$

$$V_{a1} = L_{a1} \dot{I}_{a1} + R_{a1} I_{a1} + e_{b1} \quad (5)$$

$$V_{a1} = K_{a1} u_1 \quad (6)$$

$$T_{a1} = K_{m1} I_{a1} \quad (7)$$

El torque referido al eje del motor es:

$$N_1 T_{a1} = N_1 T_{m1} + T_{L1} + T_1 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} T_{m1} &= J_{m1} \dot{\omega}_{m1} + b_{m1} \omega_{m1} \\ &= J_{m1} N_1 \ddot{q}_1 + b_{m1} N_1 \dot{q}_1 \end{aligned} \quad (9)$$

Luego, reemplazando (9) en (8) obtenemos

$$N_1 T_{a1} = J_1 q_1^{**} + b_1 q_1^* + T_1 \quad (10)$$

donde:

$$J_1 = N_1^2 J_{m1} + J_{L1}$$

$$b_1 = N_1^2 b_{m1} + b_{L1}$$

Usando (2) y (7) en (10) obtenemos

$$N_1 K_{m1} I_{a1} = J_1 q_1^{**} + b_1 q_1^* + H_{11} q_1 + h_1 \quad (11)$$

Ahora, derivando (11):

$$N_1 K_{m1} I_{a1} = H_{11} q_1^{***} + J_1 q_1^{**} + H_{11} q_1^* + b_1 q_1^* + h_1 \quad (12)$$

Luego, reemplazando (4), (6), (11) y (12) en (5) podemos obtener la ley de control para la primera entrada u_1 a saber:

$$u_1 = L_{T1} (H_{11} q_1^{***} + J_1 q_1^{**} + H_{11} q_1^* + b_1 q_1^* + h_1) + R_{T1} (J_1 q_1^{**} + b_1 q_1^* + H_{11} q_1^* + h_1) + N_{T1} q_1 \quad (13)$$

donde :

$$L_{T1} = L_{a1} / N_1 K_{m1} K_{a1}$$

$$R_{T1} = R_{a1} / N_1 K_{m1} K_{a1}$$

$$N_{T1} = N_1 K_{e1} / K_{a1}$$

La fig. 3 muestra el diagrama del motor DC 2 unido al eslabón. Dicho motor también posee encoder incorporado y será controlado por su voltaje de armadura u_2

$$R_{a2} + L_{a2}$$

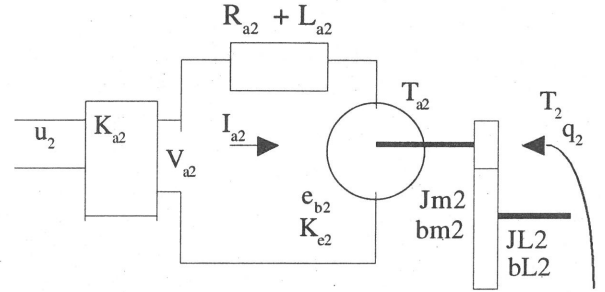


Fig 3. Diagrama del circuito del motor dc 2 para el eslabón

Para obtener la ley de control para la segunda entrada se procede de la misma manera que para el primer motor, obteniéndose:

$$u_2 = L_{T2} (H_{22} d q_2^{**} + J_2 d q_2^* + b_2 q_2 + h_2 + g_2) + R_{T2} (J_2 q_2^* + b_2 q_2 + H_{22} q_2 + h_2 + g_2) + N_{T2} q_2 \quad (14)$$

donde :

$$L_{T2} = L_{a2} / N_2 K_{m2} K_{a2}$$

$$R_{T2} = R_{a2} / N_2 K_{m2} K_{a2}$$

$$N_{T2} = N_2 K_{e2} / K_{a2}$$

$$J_2 = N_2^2 J_{m2} + J_{L2}$$

$$b_2 = N_2^2 b_{m2} + b_{L2}$$

La siguiente tabla muestra los valores de los parámetros usados en la simulación.

Tabla de valores del sistema

Símb	Valor	Unidades
m_d	Masa del disco	0.4 kg
m_p	Masa del prisma	1.0 kg
m_2	Masa de la varilla	0.1 kg
H	Altura del disco	0.01 m
R	Radio del disco	0.07 m
B	Altura del prisma	0.21 m
A	Lado sección prisma	0.044 m
l_2	Longitud varilla	0.3 m
l_{e2}	Long. CG varilla a eje de motor 2	0.14 m

K_{a1}	Ganancia del driver 1	14.9
K_{a2}	Ganancia del driver 2	14.9
K_{c1}	Cte. fem motor 1	0.9 V/rad/s
K_{c2}	Cte. fem motor 2	0.9 V/rad/s
K_{m1}	Cte. torque motor 1	0.9 N-m/A
K_{m2}	Cte. torque motor 2	0.9 N-m/A
I_1	Mom. Inercia sólido	0.0013 kgm ²
I_2	Mom. Inercia varilla	0.0273 kgm ²
J_{m1}	Mom. Inercia motor 1	1.8e-4 kgm ²
b_{m1}	Viscosidad motor 1	1.8e-6 Nms/rad
J_{L1}	M. In. mot. 1 (carga)	5.63e-5 kgm ²
b_{L1}	Viscos. mot. 1 (carga)	7e-5 Nms/rad
J_{m2}	Mom. Inercia motor 2	1.8e-4 kgm ²
b_{m2}	Viscosidad motor 2	1.8e-6 Nms/rad
J_{L2}	M. In. mot. 2 (carga)	5.63e-5 kgm ²
b_{L2}	Viscos. mot. 2 (carga)	7e-5 Nms/rad
N_1	Reducción. motor 1	18.5
N_2	Reducción. motor 2	18.5
R_{a1}	Resist. armad. mot. 1	2.8 Ω
L_{a1}	Induct. armad. mot. 1	1.5e-3 Hr.
R_{a2}	Resist. armad. mot. 2	2.8 Ω
L_{a2}	Induct. armad. mot. 2	1.5e-3 Hr.
V_{a1}	Voltag. armad. mot. 1	24 V
V_{a2}	Voltag. armad. mot. 2	24 V
I_{a1}	Corrie. armad. mot. 1	0.7 A
I_{a2}	Corrie. armad. mot. 1	0.7 A
e_{b1}	Fem motor 1	V
e_{b2}	Fem motor 2	V
u_1	Entrada control mot. 1	(Simulación) V
u_2	Entrada control mot. 2	(Simulación) V
g	Acelerac. gravedad	9.8 m/seg ²

LA ECUACIÓN DE ESTADO DEL PROCESO

El modelo del proceso se puede representar en variables de estado seleccionando:

$$x_1 = q_1 \text{ (posición angular del sólido)}$$

$$x_2 = q_2 \text{ (posición angular de la varilla)}$$

$$x_3 = \dot{q}_1 \text{ (velocidad angular del sólido)}$$

$$x_4 = \dot{q}_2 \text{ (velocidad angular de la varilla)}$$

$$x_5 = \ddot{q}_1 \text{ (aceleración angular del sólido)}$$

$$x_6 = \ddot{q}_2 \text{ (aceleración angular de la varilla)}$$

La ecuación de estado no lineal es de la forma :

$$\dot{x} = f(x) + G(x)u$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \\ f_4(x) \\ f_5(x) \\ f_6(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ G_{51} & 0 \\ 0 & G_{62} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(x) \\ u_2(x) \end{bmatrix}$$

donde :

$$f_5(x) = -P_1 / L_{T1} (H_{11} + J_1)$$

$$G_{51} = 1 / L_{T1} (H_{11} + J_1)$$

$$f_6(x) = -P_2 / L_{T2} (H_{22} + J_2)$$

$$G_{62} = 1 / L_{T2} (H_{22} + J_2)$$

donde :

$$P_1 = L_{T1} (H_{11} q_1 + b_1 \dot{q}_1 + h_1) + R_{T1} (J_1 \ddot{q}_1 + b_1 \ddot{q}_1 + H_{11} \ddot{q}_1 + h_1) + N_{T1} q_1$$

$$P_2 = L_{T2} (b_2 \ddot{q}_2 + h_2 + g_2) + R_{T2} (J_2 \ddot{q}_2 + b_2 \ddot{q}_2 + H_{22} \ddot{q}_2 + h_2 + g_2) + N_{T2} q_2$$

FORMA NORMAL PARA LINEALIZACIÓN EXACTA

Un sistema no lineal multivariable de orden n de m entradas y m salidas es completamente linealizable y desacoplado si su grado relativo total:

$$r = r_1 + r_2 + \dots + r_m$$

es igual al orden del sistema, es decir, " $r = n$ ". Bajo esta premisa se puede entonces aplicar el método de linealización exacta. Aplicando los conceptos de geometría diferencial [6], [7], [8], [9] para determinar el grado relativo total, encontraremos que para la primera salida

$$y_1 = h_1(x) = x_1$$

su grado relativo es:

$$r_1 = 3$$

mientras que para la segunda salida:

$$y_2 = h_2(x) = x_2$$

su grado relativo es:

$$r_2 = 3$$

Entonces el grado relativo total del sistema es:

$$r = r_1 + r_2 = 6.$$

Que resulta igual al orden del sistema. Entonces se puede aplicar el método de linealización exacta.

TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

Con la transformación de coordenadas $z = \Phi(x)$, el sistema no lineal original es transformado a la siguiente forma matricial:

$$\mathbf{z} = \Phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ L_f h_1(x) \\ L_f^2 h_1(x) \\ h_2(x) \\ L_f h_2(x) \\ L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} \quad (15)$$

En las nuevas coordenadas el sistema se describe como sigue:

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = z_3$$

$$\dot{z}_3 = v_1$$

$$\dot{z}_4 = z_5$$

$$\dot{z}_5 = z_6$$

$$\dot{z}_6 = v_2$$

que llevado a la ecuación espacio de estado lineal resulta:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{Mz} + \mathbf{Nv} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cz} \end{aligned} \quad (16)$$

DISEÑO DEL CONTROLADOR NO LINEAL

Para la nueva ecuación de estado (7), los nuevos controles de entrada v_1 y v_2 se expresan de la siguiente forma [6], [7], [8], [9]:

$$v_1 = d^3 p_1 - K_3 d^2 \bar{y}_1 - K_2 d \bar{y}_1 - K_1 \bar{y}_1 \quad (17)$$

$$v_2 = d^3 p_2 - K_6 d^2 \bar{y}_2 - K_5 d \bar{y}_2 - K_4 \bar{y}_2 \quad (18)$$

donde d^3 , d^2 , d expresan derivadas en el orden respectivo, p_1 y p_2 son las trayectorias deseadas, e , \bar{y}_1 e \bar{y}_2 son los errores que se expresan como:

$$\bar{y}_1 = y_1 + p_1 \quad (19)$$

$$\bar{y}_2 = y_2 + p_2 \quad (20)$$

Además, K_1, K_2, K_3 , son los elementos de la matriz de ganancia de realimentación para la primera entrada y K_4, K_5, K_6 , son los elementos de la matriz de ganancia de realimentación para la segunda entrada. Con (15), (17) y (19) obtenemos la ley de control u_1 , en función de las variables de estado:

$$u_1 = v_1 L_{T1} (H_{11} + J_1) + L_{T1} (H_{11} x_5 + b_1 x_5 + h_1) + R_{T1} (J_1 x_3 + b_1 x_3 + H_{11} x_5 + h_1) + N_{T1} x_3$$

Con (15), (18) y (20) obtendremos la ley de control u_2 , en función de las variables de estado:

$$u_2 = v_2 L_{T2} (H_{22} + J_2) + L_{T2} (b_2 x_6 + h_1 + g_2) + R_{T2} (J_2 x_6 + b_2 x_4 + H_{22} x_6 + h_2 + g_2) + N_{T2} x_4$$

DISEÑO DEL OBSERVADOR NO LINEAL

Como sólo se dispone de las mediciones de las salidas (los ángulos q_1 y q_2 del robot), luego se hace necesario estimar el estado completo x a partir de las entradas y salidas del sistema. En esta sección diseñaremos un observador para el sistema no lineal [8], [9] que nos permitirá observar (estimar) el estado x en forma exponencialmente asintótica. La fig. 4 muestra el diagrama de bloques del sistema de control no lineal con observador.

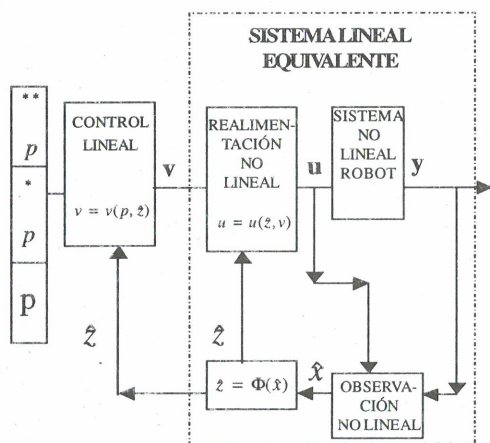


Fig. 4 Diagrama de bloques del sistema de control no lineal con observador no lineal

La ecuación del observador no lineal es

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + G(\hat{x})u + O^{-1}(\hat{x})P(y - \hat{y}) \quad (21)$$

donde:

- \hat{x} : estados estimados
- P : matriz de ganancia del observador
- $O(x)$: matriz de observabilidad

Dicha matriz de observabilidad generalizada se determina de:

$$O(x) = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} h_1(x) \\ L_f h_1(x) \\ L_f^2 h_1(x) \\ h_2(x) \\ L_f h_2(x) \\ L_f^2 h_2(x) \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \\ x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

donde $O^{-1}(x)$ es la inversa de $O(x)$ y las L_f que aparecen son las conocidas derivadas de Lie. La matriz de ganancia P se selecciona tal que los valores propios de la siguiente ecuación característica del observador no lineal:

$$\det[sI - M + PC] = 0$$

hacen que el error estimado sea cero. La matriz de ganancia P puede ser calculada de [8]:

$$\det[sI - M + PC] = (s - \mu_1) \dots (s - \mu_n) = 0$$

donde μ_1, \dots, μ_n son los polos deseados del observador no lineal.

SIMULACIÓN

En esta sección se simula el sistema de control no lineal mostrado en la Fig. 4 empleando el software MATLAB 5.3. Las condiciones iniciales usadas para la simulación son:

posición del sólido : 0

posición de la varilla : $-\pi/2$

Las trayectorias deseadas son de la forma:

$$p_1 = \sin(0.75kT)$$

$$p_2 = \cos(0.75kT)$$

Los resultados de la simulación se muestran en las figuras 5 y 6. Para la simulación se está considerando la fricción viscosa del motor (b_m) y la fricción viscosa de la carga (b_L). La fig. 5 muestra que la primera salida x_1 sigue a la trayectoria deseada p_1 gracias a la acción de la fuerza de control u_1 , mientras que la Fig. 6 muestra que la segunda salida x_2 sigue a la trayectoria deseada p_2 gracias a la acción de la fuerza de control u_2 .

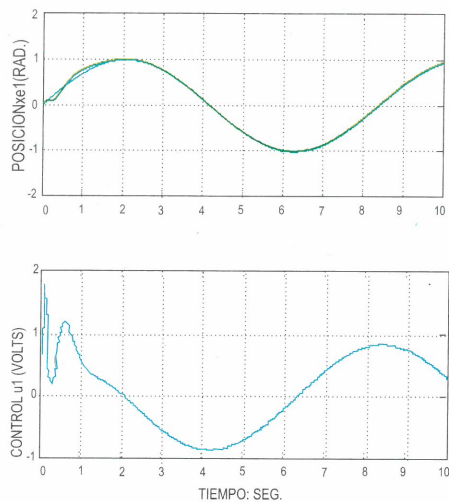


Fig. 5 Trayectoria x_1 controlada y la señal de control u_1

CONCLUSIONES

El sistema de control no lineal diseñado requiere de un modelo no lineal apropiado del proceso a controlar. En nuestro caso, se ha determinado un modelo dinámico no lineal multivariable correspondiente al robot manipulador esférico, que de acuerdo a los resultados de la simulación, ha resultado satisfactorio. El modelo en cuestión se determinó empleando el algoritmo de Lagrange-Euler, el cual puede también ser aplicado a otros procesos físicos que posean más de dos grados de libertad.

Las simulaciones realizadas han demostrado que se ha cumplido el objetivo de control planteado: que las salidas sigan a una trayectorias deseadas con mínimo tiempo de estabilización y con precisión.

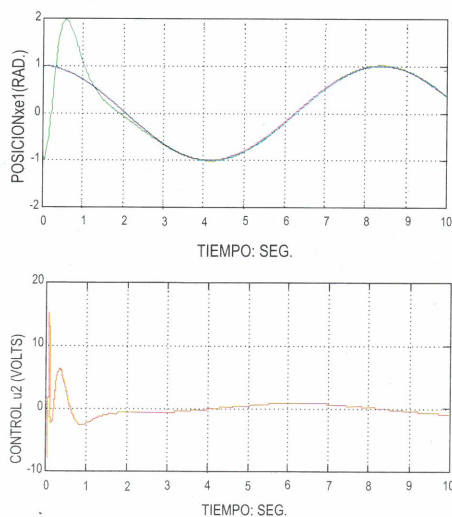


Fig. 6 Trayectoria x_2 controlada y la señal de control u_2

Además se puede observar en la simulación que el sistema de control es robusto en el sentido de que un cambio de inercia del sistema debido principalmente a un cambio de carga en el manipulador, no afecta de sobremanera el rendimiento del sistema.

La desventaja y limitación comparado con otro algoritmo no lineal de control, por ejemplo el adaptivo, es que nuestro algoritmo en estudio no estima los parámetros del robot (masas e inercias).

El robot manipulador representado en el esquema de la fig. 1 ha sido construido para demostrar su funcionamiento en tiempo real. A la fecha se viene elaborando el software de control para realizar las pruebas de campo.

RECONOCIMIENTO

Mi agradecimiento a la Sección de Postgrado de la FIEE y al Dr. Arturo Rojas Moreno, Profesor de dicha Sección, por todas las facilidades brindadas en la consecución del presente proyecto.

REFERENCIAS

1. Díaz Mosto J., Mecánica Racional, Estática, (1978).
2. Berr P. F., Johnston E. R., Dinámica, Mac Graw Hill, (1996).
3. Fu K., González R. C., Lee C. S., Robótica, Control, Detección, Visión, Inteligencia, Mac Graw Hill, (1990).
4. Barrientos A., Peñin L., Balaguer C., Aracil R., Fundamentos de Robótica, Mac Graw Hill, (1997).
5. Shahinpoor M., A Robot Engineering Text book, Harper-Row Publishers, (1987).
6. Slotine E. J., Applied Nonlinear Control, Prentice Hall, (1991).
7. Khalil K. H., Nonlinear Systems, Prentice Hall, (1996).
8. Rojas Moreno A., Control Avanzado, Publicación Independiente, ISBN 9972-9318-0-3, 2001.
9. Tupayachi A., Control No Lineal de Servosistemas, Tesis de Grado FIEE, Universidad Nacional de Ingeniería, 1998.

