

# INFLUENCIA DE LA CORRECCIÓN DE ALTURA EN LA DISMINUCIÓN DEL DESGASTE EN LOS ENGRANAJES CILÍNDRICOS DE DIENTES RECTOS EXTERIORES

## INFLUENCE OF THE HEIGHT CORRECTION IN THE DECREASING OF THE WEAR IN THE EXTERNAL STRAIGHT TEETH OF THE CYLINDRICAL SPUR GEAR

Jorge L. Moya Rodríguez<sup>1</sup>, Rafael Goytisol Espinosa<sup>2</sup>, Edwin Abregú Leandro<sup>3</sup>, Ángel S. Machado Rodríguez<sup>4</sup>

### RESUMEN

*Las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores son una de las más utilizadas en aplicaciones de ingeniería. Estas transmisiones pueden estar encerradas en una carcasa y estar bien lubricadas, o trabajar expuestas a agentes contaminantes, como en el caso de algunas transmisiones de la industria de la construcción, minería, maquinaria agrícola, etc. En estos casos se denominan transmisiones abiertas y su falla esencial es el desgaste en el flanco del diente, con la posterior fractura del mismo. Una de las vías más utilizadas para atenuar esta falla es el uso de materiales de alta resistencia al desgaste o grasas lubricantes especiales. Sin embargo en la literatura de engranajes existe muy poca información acerca de la influencia de la geometría del diente en la resistencia al desgaste de las transmisiones por engranajes. En el presente trabajo se hace un análisis de la influencia de la geometría del diente en la resistencia al desgaste de las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores. Se determinan los valores óptimos del coeficiente de corrección del dentado que minimizan el deslizamiento relativo entre los dientes en función del número de dientes de las ruedas.*

*Palabras clave.-* Diseño de elementos de máquinas, Desgaste, Correcciones.

### ABSTRACT

*The transmission by external cylindrical spur gear teeth are among the most commonly used in engineering applications. These transmissions can be locked into a casing and be well lubricated, or work exposed to pollutants, such as in the case of some transmissions of the construction industry, mining, agricultural machinery, etc. In these cases are called open transmissions and their essential failure is the wear on the flank of the tooth, with the subsequent crack. One of the most commonly used ways to mitigate this wear is the use of materials at high wear resistance or special greases. However in gear literature there is very little information about the influence of the geometry of the tooth in the wear resistance of gear transmissions. In this paper it is provided an analysis of the influence of the geometry of the tooth in the wear resistance of transmission gear teeth straight cylindrical exterior. Determine the optimal settings coefficient correction toothed that minimize slippage on between teeth depending on the number of teeth of the wheels.*

*Key words.-* Machine Design, Wear, Corrections.

<sup>1</sup>Doctor de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas - Cuba,

<sup>2</sup>Doctor de la Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad “Carlos Rafael Rodríguez” de Cienfuegos – Cuba,

<sup>3</sup>MSc.Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Ingeniería, Lima – Perú, <sup>4</sup>Doctor de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas - Cuba.

## INTRODUCCIÓN

El desgaste es una de las pérdidas de materia que experimentan superficialmente los dientes de las ruedas dentadas y una de las fallas fundamentales de las transmisiones abiertas o mal lubricadas. En estas transmisiones donde falta la lubricación o su cantidad es insuficiente, la picadura superficial se observa raramente; ya que la capa superficial en la cual se producen las grietas iniciales, se desgasta antes de que en ella tenga lugar el proceso de destrucción de la superficie por fatiga.

Como resultado del desgaste de los dientes se desfigura el perfil envolvente, crecen las cargas dinámicas y se debilita el pie del diente, lo que incrementa las tensiones de flexión [1, 2, 3].

### INFLUENCIA DE LA CORRECCIÓN EN LA FALLA POR DESGASTE DE LAS TRANSMISIONES POR ENGRANAJE

El desgaste de las ruedas dentadas es una función de la potencia específica de las fuerzas de fricción [4]. El valor del trabajo específico de las fuerzas de fricción se puede calcular por la expresión:

$$A = \frac{F_f \cdot V_{des}}{S} = \frac{f \cdot P_n \cdot V_{des}}{S} \quad (1)$$

Donde:

A - Trabajo específico de las fuerzas de fricción.

f - Coeficiente de fricción.

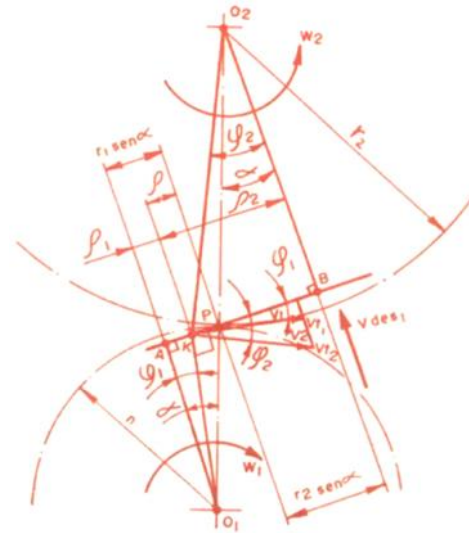
$P_n$  - Fuerza normal entre los dientes.

$V_{des}$  - Velocidad de deslizamiento entre los dientes.

S - Área de contacto en la unidad de tiempo.

El cociente  $V_{des}/S$  se conoce como deslizamiento específico, de aquí que el desgaste será tanto mayor cuanto mayor sea el mismo.

Debido a que el máximo deslizamiento específico tiene lugar en el punto inicial y la final de la línea de engranajes, entonces, el máximo desgaste se produce en el pie y en la cabeza de los dientes. En el polo de los engranajes no hay deslizamiento de los perfiles, por lo que el desgaste en la zona circumpolar es mínimo (ver Fig. 1).



*Fig. 1 Velocidad de deslizamiento en una pareja de engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores.*

El deslizamiento específico es mayor al inicio del contacto que al final de este; en consecuencia el desgaste es mayor en el pie que en la cabeza. Mediante las correcciones ya sean de altura o angulares se puede lograr un desplazamiento total de la línea práctica de engranajes ab, que permita igualar la magnitud de los deslizamientos específicos al comienzo y al final de esta línea.

En este caso se logra el desgaste mínimo de la transmisión.

La velocidad de deslizamiento de un punto [5] se puede calcular por la expresión:

$$V_{des} = (\omega_1 - \omega_2) \cdot \rho \quad (2)$$

Esta velocidad de deslizamiento juega un papel decisivo en la potencia consumida en vencer la fricción y las condiciones de máxima resistencia al desgaste, se garantizarán ubicando la línea de engranajes en una zona donde su valor sea el menor posible y esté compensado tanto a la entrada como a la salida del contacto.

Obsérvese por ejemplo que al dar una corrección de altura (positiva al piñón y negativa a la corona), el diámetro exterior del piñón se hace mayor, y el de la corona disminuye, cambiando la ubicación de los puntos a y b, es decir, se puede mover la línea práctica de engranajes y ubicarla en la zona que se desee.

En la Fig. 1 se muestran dos dientes engranados en el punto K. La velocidad de deslizamiento sobre la rueda 1 se puede calcular por la expresión:

$$V_{des} = (\check{S}_1 + \check{S}_2) * (\dots_1 - r_1 \text{sen} \Gamma)$$

Y el área de contacto en la unidad de tiempo se calcula por la expresión:

$$S_1 = V_{t1} * b$$

Se puede demostrar que:

$$V_{t1} = \check{S}_1 * \dots_1$$

De donde:

$$S_1 = \check{S}_1 * \dots_1 * b$$

El trabajo específico de la fuerza de fricción sobre la rueda 1 será:

$$A_1 = \frac{f * P_n * V_{des} (\dots_1 - r_1 \text{sen} \Gamma) (\check{S}_1 + \check{S}_2)}{\check{S}_1 * \dots_1 * b}$$

Por analogía para la rueda 2 será:

$$A_2 = \frac{f * P_n * V_{des} (\dots_2 - r_2 \text{sen} \Gamma) (\check{S}_1 + \check{S}_2)}{\check{S}_2 * \dots_2 * b}$$

Conociendo  $A_1$  y  $A_2$  es posible hallar las potencias unitarias de fricción. Para ello es necesario considerar el número de veces que un diente entra en contacto en la unidad de tiempo. El número de re-engranamientos para el piñón y la corona serán:

$$x_1 = \frac{n_1}{60} \text{ y } x_2 = \frac{n_2}{60}$$

De aquí que las potencias de fricción serán:

$$W_1 = x_1 * A_1 \text{ y } W_2 = x_2 * A_2$$

Teniendo en cuenta:

$$\check{S}_1 = \frac{2f * n_1}{60} \text{ y } \check{S}_2 = \frac{2f * n_2}{60}$$

Se obtiene:

$$W_1 = f * P_n (\check{S}_1 + \check{S}_2) \left(1 - \frac{r_1 \text{sen} \Gamma}{\dots_1}\right) \frac{1}{2f * b} \quad (3)$$

$$W_2 = f * P_n (\check{S}_1 + \check{S}_2) \left(1 - \frac{r_2 \text{sen} \Gamma}{\dots_2}\right) \frac{1}{2f * b} \quad (4)$$

Las expresiones anteriores son hipérbolas como las representadas en la Fig. 2. Como se puede apreciar dentro de los límites de la línea práctica de engranaje ab, la mayor potencia de fricción se produce para la rueda 1 en el punto a ( $W_{1a}$ ), y para la rueda 2 en el punto b ( $W_{2b}$ ), o sea en el pie del diente del piñón y en la cabeza del diente de la corona. En las condiciones de la figura el desgaste para la rueda 1 será mayor que para la rueda 2. Las mejores condiciones desde el punto de vista del desgaste se obtienen cuando:  $W_{1a} = W_{2b}$ . Es decir mediante la corrección de altura se puede obtener un desplazamiento de la línea práctica de engranajes que permita lograr la condición anterior.

Igualando las potencias de fricción y considerando que el coeficiente de fricción  $f$  y la fuerza normal  $P_n$  son iguales en los puntos a y b, lo cual es una aproximación, ya que las condiciones de carga y de formación de la película de lubricante no son las mismas para estos puntos, se obtiene:

$$\frac{r_1}{\dots_1} = \frac{r_2}{\dots_2} \quad \text{y como} \quad u = \frac{r_2}{r_1}$$

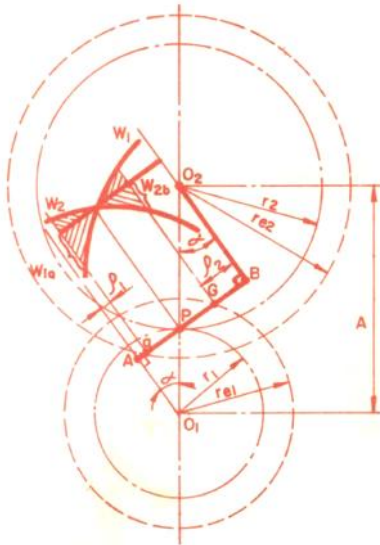
Entonces:  $\dots_2 = u * \dots_1$

O sea que para lograr el mínimo desgaste posible de la transmisión debe producirse un desplazamiento tal de la línea práctica de engranajes hasta lograr la relación anterior entre  $\rho_1$  y  $\rho_2$  (ver Fig.2).

Analizando la Fig. 2 se obtiene que:

$$\dots_1 = AB - aB = A * \text{sen} \Gamma - \sqrt{r_{e2}^2 - r_2^2 \cos^2 \Gamma}$$

$$\dots_2 = AB - Ab = A * \text{sen} \Gamma - \sqrt{r_{e1}^2 - r_1^2 \cos^2 \Gamma}$$



**Fig.2** Línea práctica de engranaje.

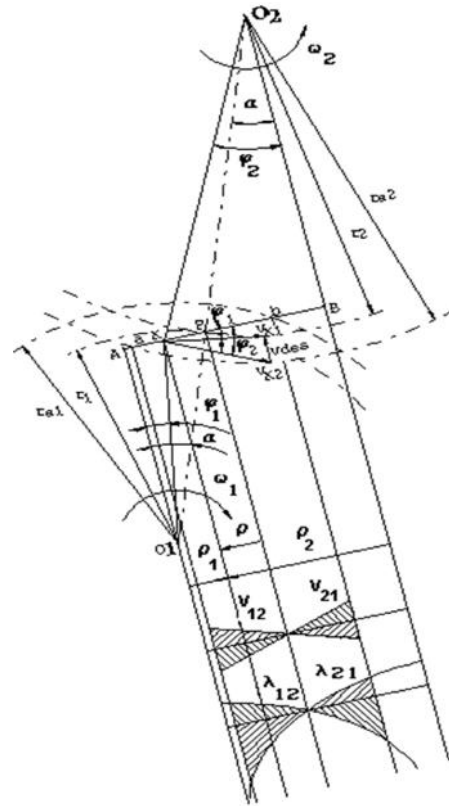
Expresando los términos A,  $r_{e1}$ ,  $r_{e2}$ ,  $r_1$  y  $r_2$  en función de  $Z_p$ ,  $Z_c$ ,  $m$  y  $X$ , se obtiene que el mínimo desgaste se da cuando:

$$Y_1 = Y_2$$

$$Y_1 = Z_p \left[ \left( \frac{Z_p + Z_c}{2} \right) \text{sen} \Gamma - \sqrt{\left( \frac{Z_c + 1 + X}{2} \right)^2 - \left( \frac{Z_p}{2} \cos \Gamma \right)^2} \right]$$

$$Y_2 = Z_c \left[ \left( \frac{Z_p + Z_c}{2} \right) \text{sen} \Gamma - \sqrt{\left( \frac{Z_p}{2} + 1 - X \right)^2 - \left( \frac{Z_p}{2} \cos \Gamma \right)^2} \right]$$

Es necesario despejar el valor del coeficiente de corrección X para el cual se cumple la condición anterior para diferentes números de dientes del piñón y la corona. Algebraicamente resulta muy complicado el despeje anterior, por lo que la igualdad se logró a través de iteraciones sucesivas haciendo uso de la computación.



**Fig. 3** Deslizamiento en las transmisiones por engranajes.

La igualdad de los deslizamientos específicos no puede lograrse plenamente en todos los casos, pues existen ciertas limitaciones que deben ser consideradas al elegir el valor del coeficiente de corrección [6,7, 8], tales como:

- Socavado de las ruedas de la transmisión.
- Aguzamiento de la cabeza del diente del piñón.
- Reducción del coeficiente de recubrimiento.

Las ecuaciones fueron procesadas mediante un programa de computación y se determinaron los valores óptimos de corrección de altura para máxima resistencia al desgaste. Estos valores aparecen en la tabla 1.

**Tabla 1** Corrección de altura para máxima resistencia al desgaste.

Zc\Zp	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
20	18	18	18	18	16	12	6	4										
21	24	24	24	24	19	15	11	7	4									
22	30	30	30	27	22	19	14	11	7	4								
23	35	35	34	29	25	21	17	14	10	7	4							
24	41	41	36	32	28	24	20	16	13	10	6	3						
25	47	43	39	34	30	26	23	19	16	12	9	6	3					
26		45	41	37	35	29	25	22	18	15	12	8	6	4				
27		47	43	39	35	31	27	24	21	17	14	11	8	6	3			
28		49	45	41	37	33	30	26	23	20	17	14	11	8	5	3		
29		50	46	43	39	35	32	28	25	22	19	16	13	10	8	5	3	
30		52	48	44	41	37	34	30	27	24	21	18	15	13	10	7	5	3
31			50	46	42	39	35	32	29	26	23	20	17	15	12	10	7	5
32			51	47	44	41	37	34	31	28	25	22	19	17	14	12	9	7
33			52	49	46	42	39	36	33	30	27	24	21	19	16	14	11	9
34			54	50	47	44	40	37	34	31	28	26	23	20	18	15	13	11
35			55	52	48	45	42	39	36	33	30	27	25	22	20	17	15	13
36			56	53	50	46	43	40	37	35	32	29	26	24	21	19	17	14
37				54	51	48	45	42	39	36	33	31	28	25	23	21	18	16
38				55	52	49	46	43	40	37	35	32	30	27	25	22	20	18
39				56	53	50	47	44	42	39	36	34	31	29	26	24	22	19
40				57	54	51	48	46	43	40	38	35	32	30	28	25	23	21
41				58	55	52	50	47	44	41	39	36	34	31	29	27	24	22
42				59	56	53	51	48	45	43	40	38	35	33	30	28	26	24
43				60	57	54	52	49	46	44	41	39	36	34	32	29	27	25
44					58	55	53	50	47	45	42	40	38	35	33	31	29	26
45					59	56	54	51	48	46	44	41	39	36	34	32	30	28
46					60	57	55	52	49	47	45	42	40	38	35	33	31	29
47					61	58	55	53	50	48	46	43	41	39	36	34	32	30
48					61	59	56	54	51	49	47	44	42	40	38	35	33	31
49					62	60	57	55	52	50	48	45	43	41	39	37	34	32
50					63	60	58	55	53	51	48	46	44	42	40	38	36	34
51					64	61	59	56	54	52	49	47	45	43	41	39	37	35
52					64	62	59	57	55	52	50	48	46	44	42	40	38	36
53						62	60	58	55	53	51	49	47	45	43	40	39	37
54						63	61	58	56	54	52	50	48	45	43	41	39	38
55						64	61	59	57	55	53	50	48	46	44	42	40	38
56						64	62	60	58	55	53	51	49	47	45	43	41	39

**Nota:** Los valores tomados de la tabla deben ser multiplicados por 0,01. Cuando se desee determinar el coeficiente de corrección para un número de dientes, y no aparezca su valor en la columna correspondiente, debe tomarse el último valor que aparece en dicha columna. Por ejemplo

para  $Z_p = 12$  y  $Z_c = 40$  el valor del coeficiente de corrección  $X_1 = -X_2$  será 0,47

En la Fig. 3 se muestran la forma de variación de los gráficos de velocidad de deslizamiento y del coeficiente de deslizamiento relativo.

## CONCLUSIONES

La utilidad de la corrección de altura en el mejoramiento de la resistencia al desgaste de las transmisiones es inobjetable, particularmente en aquellos casos de transmisiones ya construidas que operan deficientemente. En las reparaciones es posible corregir las ruedas utilizando la corrección de altura, allí donde resulta imposible el empleo de la corrección angular, pues no se puede modificar la distancia entre centros de la transmisión.

La corrección de altura es un arma con la cual quienes se dedican al diseño y reparación de transmisiones por engranajes pueden resolver problemas surgidos en la práctica

## REFERENCIAS

1. **Faires, V. M.**, “Diseño de elementos de máquinas”. Editorial Limusa, 1998.

2. **Kudriatzev, V. N.**, “Elementos Máquinas”. Editorial Mashinostroenie. Leningrado, 1980.
3. **Reshetov, D.**, “Elementos de Máquinas”. Editorial MIR, Moscú 1990
4. **Zirpke, K. Z.**, “Veb Fachbuch Verlag”. Leipzig, 1980.
5. **Baranov, G. G.**, “Curso Breve de Teoría de Mecanismos”. Editorial MIR. Moscú 1987.
6. **Buckingham, E.**, “Manual of Gear Design”. Editorial Industrial Press Inc. New York 1980.
7. **Henriot G.**, “Manuale Pratico degli Inganaggi”. Editorial TecnicheNuove, Milano 1993.
8. **Moya R. J.**, “Correcciones en las Transmisiones por Engranajes Cilíndricos de Dientes-Rectos”.  
<http://www.monografias.com/trabajos6/ensi/ensi.shtml>

Correspondencia: [jorgemr@uclv.edu.cu](mailto:jorgemr@uclv.edu.cu)