

## DETERMINACION NUMERICA DE LA RESISTENCIA AL AVANCE DE BUQUES

Lenin J. C. Valerio Mena, Profesor Visitante – M. Sc. Ingeniería Oceánica  
Victor N. Acosta Pastor, Profesor – Coordinador Area Académica de Ingeniería Naval  
Victor A. Loarte Vicuña, Estudiante  
Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Nacional de Ingeniería

### RESUMEN

*La utilización de la Teoría Potencial para evaluar la Resistencia al Avance de Buques Pesqueros en aguas calmas, es investigada, con el principal objetivo de obtener resultados comparativos que permitan evaluar el desempeño del método teórico para el uso en el proceso del proyecto preliminar.*

*La simplicidad y rapidez del algoritmo computacional provee una valiosa herramienta que puede ser usada para realizar análisis de diferentes tipos de formas de buques finos, incluyendo buques con proa de bulbo, y obtener resultados cualitativos a un costo computacional muy bajo. De esta forma la interferencia de las diferentes partes del casco puede ser analizada y las formas del buque optimizadas para obtener una mínima resistencia al avance por formación de olas.*

### ABSTRACT

*The use of the Potential Theory to evaluate the Resistance to the Advance of Fishing Ships in waters calms, it is investigated, with the main objective of obtaining comparative results that allow to evaluate the acting of the theoretical method for the use in the process of the preliminary project.*

*The simplicity and speed of the algorithm of the computer provides a valuable tool that can be used to carry out analysis of different types in ways of fine ships, including ships with bulb prow, and to obtain qualitative results at a cost very low. This way the interference of the different parts of the hull can be analyzed and the forms of the ship optimized to obtain a minimum resistance to the advance for formation of waves.*

### INTRODUCCION

El estudio de la resistencia al avance del buque busca analizar y entender la naturaleza de las fuerzas que se oponen al movimiento del buque. Existen dos razones principales por las cuales la resistencia al avance es un punto de interés en **Ingeniería Naval**. La primera es que está directamente relacionada con el dimensionamiento del sistema de propulsión del buque, lo que incide directamente en el monto de la inversión inicial y por lo tanto está relacionada con el consumo de combustible del buque, lo que representa un importante ítem a ser considerado en el cálculo del retorno y rentabilidad de la inversión. La segunda, y no menos importante, es que a través del estudio de la resistencia al avance, las formas de los buques pueden ser mejoradas, y de esa manera proyectar formas más eficientes. La resistencia que el fluido ofrece al avance del buque es representada de la energía cedida por el

buque al medio fluido. La energía es absorbida por la estela y por el tren de olas que acompaña el buque. La energía contenida en la estela se disipa rápidamente, en tanto que las olas generadas por el buque pueden bajar a grandes distancias. Esto deja en evidencia que el flujo asociado con el tren de olas es poco influenciado por la viscosidad del fluido, siendo principalmente gobernado por los efectos del campo gravitacional. Así, las fuerzas de resistencia al avance del buque pueden ser divididas en componentes debido a, los efectos de la viscosidad del fluido y otra debidas a la formación de olas. Esta hipótesis sirve de base para la aplicación de la teoría potencial en el análisis de la resistencia al avance del buque por formación de olas.

Históricamente, la primera propuesta para tratar el problema de la resistencia por análisis de sus componentes es atribuida a William Froude, en

1868 [1]. Seǵn la hiṕtesis de Froude, la resistencia al avance de un buque de superficie puede ser separada en dos componentes, una debido a los efectos de fricci3n viscosa, llamada *Resistencia de Fricci3n* y otro debido a los efectos gravitatorios, llamada de *Resistencia Residual*. Posteriormente, otros autores han presentado estudios sobre resistencia al avance, mostrando que la resistencia residual no est1 solamente asociada al efecto de generaci3n de olas. Seǵn la hiṕtesis de Hughes [2], la resistencia residual puede ser dividida en dos componentes principales: una correspondiente al efecto de perturbaci3n de la superficie libre en forma de olas, y otra componente asociada a la alteraci3n de la distribuci3n de presi3n provocada por el desarrollo y desprendimiento de la capa limite a lo largo del casco. Estas componentes son llamadas *Resistencia de Ola* ( $R_w$ ) y *Resistencia de Presi3n Viscosa* ( $R_{pv}$ ), respectivamente [2].

### LA RESISTENCIA POR FORMACION DE OLAS

La componente de la resistencia debida a la formaci3n de olas es constituida por las fuerzas originadas por las diferencias de las presiones normales actuantes, entre proa y popa del buque. En el caso del buque estar sumergido lejos de la superficie libre, no se formar1n olas, no obstante, existir1 una variaci3n de presi3n a lo largo del casco del buque.

En el caso de un fluido sin viscosidad e irrotacional, la resultante de las fuerzas entre proa y popa ser1 nula. Si el cuerpo se mueve cerca de la superficie libre, o en la interface, la variaci3n de presi3n causar1 olas que, por su vez, alterar1n el campo de presiones y, consecuentemente, la resultante de las fuerzas a lo largo del buque ser1 alterada para un valor diferente de cero. La resultante de esas fuerzas integradas a lo largo del buque corresponder1 a la resistencia por formaci3n de olas. En algunas partes del buque la presi3n inducir1 aumentos y en otras disminuciones en la resistencia al avance del buque, pero el efecto total de las fuerzas de arrastre debe ser tal que la energ1a necesaria para mover el buque sea igual a la energ1a para mantener el sistema de olas que acompa1a el buque.

La resistencia de olas es funci3n de las caracter1sticas del sistema de olas que el buque genera, y depende en gran medida de las formas del buque.

### 1. MODELO MATEMATICO

La modelaci3n de la resistencia al avance por formaci3n de olas, puede ser considerada a partir de un flujo potencial en torno del buque movi3ndose a lo largo de una trayectoria rectil1nea uniforme. La definici3n de ese potencial es utilizada en el an1lisis del campo de velocidades y presiones en torno de la superficie del casco. De esta manera la resistencia por formaci3n de olas puede ser estimada.

El origen del sistema de referencia, solidario al buque, en la intersecci3n de la superficie libre y la secci3n media. El plano  $xy$  coincide con la superficie de aguas calmas, mientras que el plano  $xz$  coincide con el plano longitudinal de simetr1a, los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  apuntan para proa, babor y para fuera de la superficie libre, respectivamente, ver figura 1.

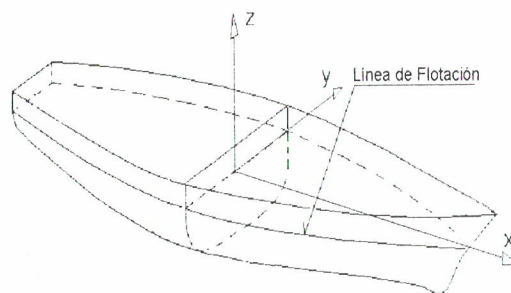


Fig. 1.- Sistema de referencia

Se asume que el fluido es irrotacional, permanente, incompresible y sin viscosidad, de forma que puede ser definido un potencial de velocidades, compuesto de dos contribuciones, una debida al flujo incidente no perturbado, y otro debido al flujo perturbado por la presencia del cuerpo.

$$\Phi = -Ux + \phi$$

El vector velocidad del flujo en torno del buque es definido como:

$$V = \nabla \Phi = -U i + \nabla \phi$$

De esta forma:

$$\nabla \Phi = (-U + \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z})$$

La ecuación debe satisfacer las condiciones de contorno, las cuales definirá las características del flujo.

La aplicación de la condición de continuidad, lleva a la ecuación de Laplace y es válida en todo el dominio fluido.

$$\nabla^2 \phi = 0$$

La condición de impenetrabilidad del casco del buque, esto es, la velocidad normal al casco del buque debe ser nula.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{sobre } S$$

La condición de contorno dinámica en la superficie libre, que establece que la velocidad de las partículas en la superficie libre, se mueven con la velocidad que se mueve la superficie, es decir la velocidad relativa a la superficie del fluido es nula. En términos matemáticos, esta condición es expresada como:

$$\frac{D}{Dt}[z - \zeta(x, y)] \quad \text{en } z = \zeta(x, y)$$

Donde la función  $\zeta(x, y)$  representa la elevación de la superficie libre, que es desconocida, luego una segunda condición debe ser impuesta en la superficie libre. Esta condición es llamada condición de contorno dinámica e impone que la presión en la superficie libre cerca del buque sea igual a la presión en la superficie bien adelante.

$$P_{atm} + \frac{1}{2} \rho [\nabla \phi]^2 + \rho g z = P_{atm} + \frac{1}{2} \rho u_{\infty}^2$$

Combinando las condiciones cinemática y dinámica en la superficie libre, puede establecerse que para olas de pequeña amplitud:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k_o \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = \zeta(x, y)$$

donde:  $k_o = g / u_{\infty}^2$ , es el numero de onda. Expandiendo esta expresión en series de Taylor con relación a  $z=0$ ,

$$\begin{aligned} \phi(x, y, \zeta) &= \phi(x, y, 0) + \frac{1}{1!}(\zeta - 0) \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} \\ &+ \frac{1}{2!}(\zeta - 0)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \Big|_{z=0} + \dots \end{aligned}$$

considerando solo los términos lineales,

$$\phi(x, y, \zeta) = \phi(x, y, 0) + 0 \varepsilon^2$$

La condición de contorno en la superficie libre puede ser aproximada para la condición en la posición media  $z=0$ .

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k_o \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{en } z = 0$$

Debe ser considerada, todavía, otra condición de contorno. Esta establece que las olas originadas por el buque se disipan en el infinito y no existen olas a proa del buque.

Esta definición del problema de la resistencia al avance por formación de olas es conocida como el *Problema de Newmann - Kelvin* y puede ser tratado de manera formal a través de los métodos de solución de ecuaciones diferenciales parciales, tales como el método de los elementos de contorno.

### 1.1. LA TEORIA DEL BUQUE FINO

En 1889, J. H. Michell presentó una teoría aproximada puramente analítica, capaz de describir el flujo a lo largo de un buque, para evaluar la resistencia de olas. La teoría del buque fino de Michell fue la primera a establecer una relación analítica entre la forma del casco y el fenómeno de la resistencia por formación de olas, y fue evaluada por primera vez en 1926, por W. Wigley.

La hipótesis esencial de la teoría del buque fino es considerar el casco del buque como un cuerpo fino desplazándose en el fluido, con relaciones de

Manga/Eslora (ancho/largo) y Manga/Calado peque~as. Se asume que el flujo en torno del buque puede ser representado por una distribuci3n de fuentes y sumideros distribuidos en el plano diametral, cuya intensidad es proporcional a la curvatura longitudinal del casco. En la soluci3n numérica adoptada se implement3 una discretizaci3n del perfil del casco y se asumi3 que la intensidad de las singularidades es constante sobre la área de cada elemento de área.

La funci3n potencial de velocidad de perturbaci3n  $\phi$ , es determinada para satisfacer las condiciones de contorno del casco y de la superficie libre.

Definiendo la superficie del casco como:

$$F(x, y, z) = y - f(x, z)$$

La condici3n cinemática sobre esta superficie es expresada como:

$$\frac{D}{Dt}(y - F(x, y, z)) = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial F}{\partial z}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -U \cdot \frac{\partial F}{\partial x} + \nabla \phi \cdot \nabla F$$

Por la hip3tesis de navio fino, los terminos de orden superior pueden ser despreciados, de modo que:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -U \cdot \frac{\partial F}{\partial x}$$

donde:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = v(y) \text{ en } y = f(x, z)$$

La expresi3n anterior es una ecuaci3n diferencial de primer orden. De modo que es posible buscar una aproximaci3n para  $v(y)$ . Expandiendo en series de Taylor, en torno de  $y=0$ , se tiene:

$$v(y) = v(0) + \frac{1}{1!} y \frac{\partial v(y)}{\partial y} \Big|_{y=0} + \frac{1}{2!} y^2 \frac{\partial^2 v(y)}{\partial y^2} \Big|_{y=0} + \dots$$

$$v(y) \approx v(0)$$

La ecuaci3n anterior puede entonces ser satisfecha mediante una distribuci3n de fuentes sobre le plano diametral, tales que:

$$4\pi \cdot \sigma v(x, y) = 2 \cdot v(y) \approx 2 \cdot v(0)$$

sustituyendo, se tiene:

$$\sigma(x, y) = -\frac{U}{2\pi} \frac{\partial y}{\partial x}$$

## 1.2. DETERMINACION DE LA RESISTENCIA DE OLA

A partir de consideraciones sobre flujo de energía en el flujo potencial con superficie libre, *Havelock* [4], deriv3 una expresi3n para determinar la resistencia de ola. El potencial de perturbaci3n para una singularidad de primer orden puede ser expresado como:

$$\phi_\sigma = \sigma \cdot k_0 \int_{\pi/2}^{\pi/2} \sec^2 \theta e^{k_0 \sec^2 \theta (z - z_\sigma)} \text{sen}\{k_0 \sec^2 \theta [(x - x_\sigma) \cos \theta + (y - y_\sigma) \text{sen} \theta]\} d\theta$$

La condici3n de contorno de contorno linearizada en la superficie libre da la perturbaci3n en la superficie libre:

$$\zeta_\sigma(x, y)|_{z=0} = -\frac{U}{g} \frac{\partial}{\partial x} \phi_\sigma(x, y)|_{z=0}$$

La resistencia por formaci3n de olas debida a la presencia de una o mäs fuentes puede ser determinada a partir de la evaluaci3n de la energía a popa del buque, segùn *Havelok* [4].

$$R_w = \frac{\pi \rho U^2}{2} \int_{\pi/2}^{\pi/2} A^2(\theta) \cos^3 \theta d\theta$$

Donde:

$$A^2 = \left(\frac{-4k_0}{U} \cos^3 \theta\right)^2 \{P^2(\theta) + Q^2(\theta)\}$$

Es posible escribir la expresión como:

$$R_w = 16\pi\rho k_0^2 \int_0^{\pi/2} \{P^2(\theta) + Q^2(\theta)\} \sec^3 \theta d\theta$$

Donde:

$$\begin{Bmatrix} P(\theta) \\ Q(\theta) \end{Bmatrix} = \sum_i^n \{ \sigma_i e^{k_i \sec^2 \theta(z-z_0)} \begin{Bmatrix} \cos \alpha_i(\theta) \\ \text{sen } \alpha_i(\theta) \end{Bmatrix} \cdot \Delta_i \}$$

$$\alpha_i(\theta) = \tan^{-1} \frac{Q(\theta)}{P(\theta)}$$

Esta expresión representa la Resistencia por formación de olas experimentada por un cuerpo trasladándose con velocidad constante a lo largo de una trayectoria rectilínea [3]. La función  $A(\theta)$ , representa la amplitud de las olas que componen la perturbación de la superficie de aguas calmas a popa del cuerpo. La amplitud de esa función depende en gran medida de las características geométricas del cuerpo.

La utilización de la teoría del buque fino [1], no tiene definido su límite de aplicación en relación a la geometría del casco. Los trabajos de Lunde [3], Inui [4] y Tuck [5], tratan estos aspectos con más detalle.

### RESULTADOS

Para ilustrar la aplicación del método se consideró un buque pesquero de formas contemporáneas, perteneciente a la Serie Sistemática UCB (Universidad de British Columbia - Canadá) [6], desarrollada como resultado de mediciones en Canal, del que se dispone de los resultados correspondientes. En la fig. 2 se observa el plano de cuadernas del buque utilizado, correspondiente al modelo 1. Las características principales del modelo son dadas en la Tabla 1.

Tabla 1. Características Principales

Lpp	21,34 m.
B	6,97 m.
T	2,80 m.
Desplazamiento	256 ton.
C <sub>b</sub>	0,615
C <sub>p</sub>	0,700
C <sub>m</sub>	0,878

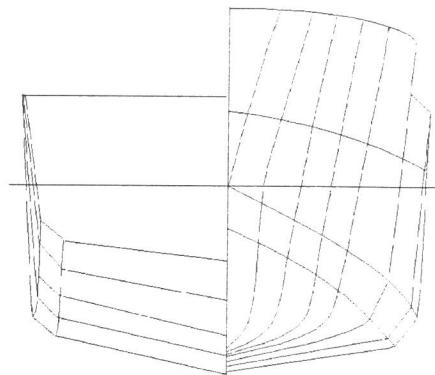


Fig. 2.- Plano de Cuadernas Modelo 1, Serie UCB

La componente de la resistencia debido a la formación de olas fue separada de la resistencia residual medida en el canal, considerando la hipótesis del método de correlación de Hughes. Según este método, la resistencia total del buque puede ser dividida en dos partes. La primera es debido a la formación de olas, efecto eminentemente gravitatorio, y la segunda debido a los efectos viscosos. Esta última, por su vez es dividida en dos partes, una debido a los efectos de fricción y otra debido a los efectos de presión viscosa.

El coeficiente de Resistencia de Ola ( $C_w$ ) puede ser obtenido entonces a partir de los valores de  $C_R$  medidos en prueba de remolque [6], separando la contribución de la presión viscosa, según las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} C_T &= C_R + C_F \\ C_T &= C_w + C_F(1+k) \\ C_w &= C_R + kC_F \end{aligned}$$

Donde:

- $C_T$ : Coeficiente de Resistencia total
- $C_R$ : Coeficiente de Resistencia Residual (obtenido experimentalmente,[6]).
- $C_F$ : Coeficiente de Resistencia Friccional.
- $1+k$ : Coeficiente de forma, según el método de correlación de Hughes.

El coeficiente de factor de forma puede ser estimado a partir de pruebas de canal, o en forma alternativa, a través de métodos estadísticos. En este trabajo el factor de forma fue estimado utilizando el método estadístico propuesto por Holtrop y Mennen [7], como sigue:

$$1 + k = c_{13} \{ 0.93 + c_{12} (B / L_R)^{0.92497} (0.95 - C_p)^{-0.521448} (1 - C_p + 0.0225 LCB)^{0.6906} \}$$

$$L_R / L = 1 - C_p + 0.06 C_p LCB / (4 C_p - 1)$$

$$C_{13} = 1 + 0.003 C_{popa}$$

$$C_{popa} = -10$$

$$C_{12} = (T / L)^{0.2228446}$$

$1+k$ : coeficiente de forma, según el método de correlación de Hughes.

La fig. 3 muestra la curva de  $C_R$ , en función de la velocidad. En la figura se comparan los valores experimentales con los resultados numéricos y los valores obtenidos con el método estadístico de Holtrop y Mennen [7]. Del análisis comparativo entre los resultados teóricos, estadísticos presentan niveles de concordancia razonables. No obstante, la concordancia con los valores experimentales se da hasta una velocidad de aproximadamente 10 nudos. Cuando estos valores son comparados con los valores los valores experimentales, para valores de velocidad mayores de 10 nudos, la concordancia no es totalmente satisfactoria.

Considerando las hipótesis simplicatorias de la *Teoría Potencial Lineal* y además las hipótesis de la *Teoría del Buque Fino* [2], las diferencias observadas en la comparación de las curvas presentadas ya era previsible en un rango de velocidades mas altas, en las cuales los efectos no lineales ganan relevancia y las hipótesis del buque fino se tornan poco consistentes.

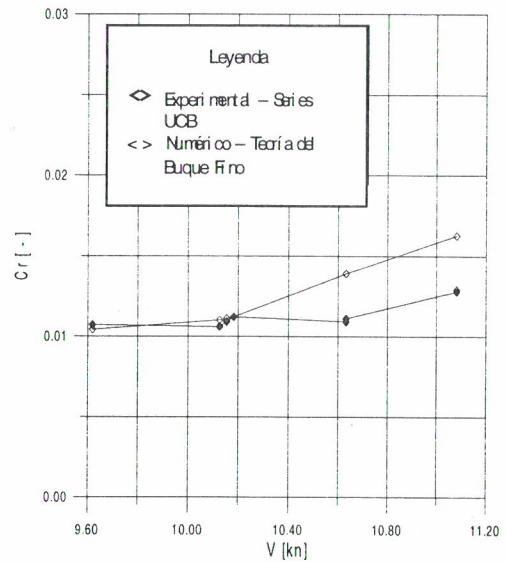


Fig. 3. Coeficiente de Resistencia Residual.

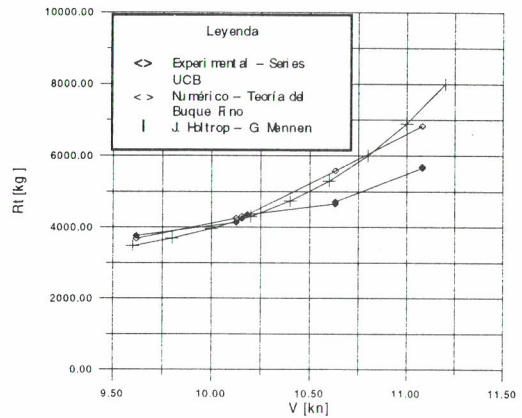


Fig. 4 Resistencia al avance

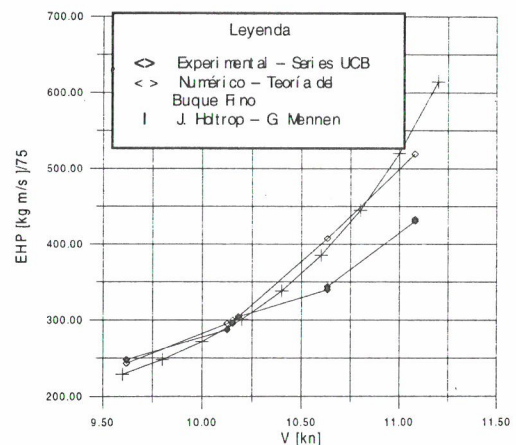


Fig. 5 Potencia efectiva

Las figs. 4 y 5, muestran las curvas de resistencia y potencia efectiva, respectivamente. Se reflejan en ellas las tendencias de las curvas de resistencia residual (fig. 3), mostrando la gran influencia que esta componente de resistencia tiene en este rango de velocidades.

### CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos muestran que la aplicación de la teoría del buque fino para el cálculo de la resistencia al Avance de buques pesqueros en altas velocidades, no es completamente satisfactoria. Debe ser notado que el buque pesquero utilizado (los resultados de Canal) [6], en el estudio, tiene una relación eslora/manga ( $L/B$ ), bastante baja, lo que se aleja bastante de las hipótesis establecidas por el método. No obstante, a pesar de que los resultados presentan una diferencia del orden de 15%, en velocidades altas, esta diferencia es del mismo orden que las encontradas aplicando el método estadístico de Holtrop y Mennen, que es actualmente, ampliamente utilizado por los ingenieros y arquitectos navales, e implementado en la gran mayoría de los programas comerciales de arquitectura naval, por tanto el método numérico es también aplicable como una estimación en la etapa de proyecto preliminar. Cabe destacar que el coeficiente de resistencia por efecto de presión viscosa fue según la misma formulación estadística utilizada de referencia.

Finalmente, puede decirse que el estudio numérico de la resistencia al avance de buques pesqueros, puede ser abordado, en conjunto con la utilización de métodos estadísticos, con la ventaja de que el método numérico permitirá el estudio de variaciones de formas sutiles, que muchas veces no son perceptibles en la utilización de métodos estadísticos.

### REFERENCIAS

1. Mitchell, J. H., "The Wave Resistance of a Ship" "Phil. Mag.", Serie 5-vol. 45, pp. 106-123 (1898).
2. Clayton, B. R., Bishop, R. E. D., Mechanics of Marine Vehicles, Gulf Publishing Company, 1982.
3. Lunde, J. K., "On the Linearized Theory of Wave Resistance for Displacement Ships in Steady and Accelerated Motions" "Transactions" SNAME, vol. 59, pp. 25-85 (1951).
4. Inui, T., "Wave Making Resistance of Ships" "Transactions" SNAME, vol. 70, (1962).
5. Tuck, E. O., "A Systematic Asymptotic Expansion Procedure for Slender Ships" "Journal of Ship Research" SNAME, June, pp. 15-23 (1964).
6. Sander, M. C., McGreer, D., "A Resistance Study on a Sistematic Series of Low  $L/B$  Vessel" "Marine Technology" SNAME, vol. 30 N°4, pp. 286-296 (1993).
7. Holtrop, J., Mennen, G., "An Approximate Power Prediction Method" "International Shipbuilding Progress", vol. 29 N°335, pp. 166-170 (1982).
8. Havelock, T. H., "The Calculation of Wave Resistance" "Proc. of the RS", Series A-vol. 144, pp. 514-521 (1934).

