

UN MODELO MATEMATICO PARA MOTORES DIESEL DE ASPIRACION NATURAL

Guillermo Lira Cacho
Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Nacional de Ingeniería

RESUMEN

Se presentan los fundamentos teóricos de un modelo matemático cero-dimensional para la simulación y diagnóstico de motores Diesel de aspiración natural y para el análisis de los procesos y evaluación del comportamiento de estos motores. El modelo se basa en las ecuaciones de continuidad, conservación de la energía y ecuaciones de estado. Se utilizan relaciones empíricas para el cálculo de desprendimiento de calor durante la combustión, para la transferencia de calor hacia las paredes del motor. Durante los procesos de admisión y escape se calcula el intercambio de gases con el medio exterior no considerando los fenómenos ondulatorios en los colectores del motor. A partir de estas consideraciones se calculan las presiones y temperaturas medias (dentro del cilindro) en función del ángulo de giro del cigüeñal y del volumen instantáneo. Para la validación del modelo, se comparan los resultados obtenidos con los valores experimentales de un motor monocilíndrico.

ABSTRACT

The fundamentals of a zero-dimensional mathematical are presented model for simulating and diagnosing natural aspiration diesel engines are presented. The model is based on the continuity equation, energy conservation equation and the equation of state. Empirical relations for calculating the heat rejected during combustion and heat transfer to the engine walls are used. During intake and exhaust processes the interchange of gases with the environment is calculated without considering waving phenomena in the engine collectors. The mean pressures and temperatures are calculated as a function of the crankshaft's rotation angle and the instantaneous volume. For the validity of the model, results obtained with experimental values of a mono-cylindrical engine are compared.

INTRODUCCION

Las normas más estrictas sobre las emisiones tóxicas, así como la necesidad de obtener mejores índices de economía de los motores de combustión interna han exigido en los últimos años, una determinación más exacta de los parámetros durante las fases de diseño, construcción y operación de estos motores. La intensa competencia comercial ha enfatizado aún más estas características, en particular, en la industria automovilística.

Para poder cumplir y adecuarse a estas exigencias, los fabricantes e investigadores han tenido y tiene que utilizar, además de la experimentación, técnicas computacionales y simuladores numéricos en vista de la gran cantidad de parámetros, tanto operacionales como geométricos, que gobiernan el comportamiento de un motor de combustión interna.

Estos programas de simulación numérica generalmente difieren unos de otros de cómo consideran la variación de los parámetros termodinámicos (presión y temperatura) de la sustancia de trabajo dentro del motor, de como se modela el proceso de combustión y de cómo se determina el coeficiente de transferencia de calor.

FUNDAMENTOS DEL MODELO MATEMÁTICO

La modelación matemática esta basada en la solución mediante métodos numéricos de las ecuaciones diferenciales de las leyes de conservación de energía y masa, además de usar la ecuación de estado de los gases ideales.

Desarrollo del modelo

Los cálculos se realizaron sobre la base de la modelación de los procesos de admisión,

compresión, combustión, expansión y escape, tomando como volumen de control el interior del cilindro, entre la culata y la cabeza del pistón. Para la combustión se usó la llamada función doble de Wiebe, que considera dos máximos en la velocidad de desprendimiento de calor (ley de quemado). El cálculo del volumen interior del cilindro, para cada posición del cigüeñal, se realizó usando las características geométricas del motor y el estudio cinemático del mecanismo biela-manivela.

Fluido de trabajo

En la admisión y en la compresión es una mezcla de aire y gases residuales, es decir, productos de la combustión anterior. En la combustión, expansión y escape se tiene adicionalmente al petróleo Diesel, ingresando a través del inyector y quemándose paulatinamente en los procesos de combustión y expansión. Se considera que la mezcla de gases contenida en el cilindro se comporta como una mezcla homogénea de gases ideales.

Ecuación de la conservación de la energía

La primera ley de la termodinámica en su forma diferencial, para el volumen de control considerado, de una forma general, está dada por

$$\delta Q_c - \delta Q_w + \sum_1^n h_i dm_i = dU + \delta W + h_e dm_e \quad (1)$$

La ecuación (1), para efecto de calcular la variación de la presión en función del ángulo de giro del cigüeñal ($dp/d\phi$), es posible transformarla haciendo uso de algunas relaciones y definiciones de los gases ideales y considerando que el trabajo realizado o consumido por los gases se puede calcular como en los procesos reversibles, es decir, $\delta W = pdV$. Para facilitar la deducción de las fórmulas generales de $dp/d\phi$ se considera dos casos:

a) En la fase cerrada del ciclo ($dm/d\phi = 0$).- Se tiene:

$$\delta Q_c - \delta Q_w = dU + pdV \quad (2)$$

Considerando la definición de la energía interna para gases ideales

$$dU = f(m c_v T) \quad (3)$$

además

$$c_v = \frac{R}{k-1} \quad (4)$$

Finalmente, transformando y derivando la ecuación (3) en función del ángulo de giro del cigüeñal se obtiene

$$\frac{d\phi}{d\phi} = \frac{k-1}{V} \left(\frac{\delta Q_c}{\delta\phi} - \frac{\delta Q_w}{\delta\phi} \right) - k \frac{p dV}{V d\phi} + \frac{p}{k-1} \frac{dk}{d\phi} \quad (5)$$

b) En la base abierta del ciclo ($\frac{dm}{d\phi} \neq 0$).- En este caso se tiene

$$h = c_p T \quad (6)$$

y

$$c_p = \frac{k}{k-1} R \quad (7)$$

Se está considerando que, cuando $T = 0 \Rightarrow h = 0$. Tomando en cuenta que para los procesos de expansión y escape $\frac{\delta Q_c}{\delta\phi} = 0$ y $\frac{dk}{d\phi} \approx 0$, la ecuación de la conservación de la energía se transforma en:

$$\frac{d\phi}{d\phi} = \frac{k}{V} \left(R T_i \frac{dm_i}{d\phi} - R T_e \frac{dm_e}{d\phi} - \frac{pdV}{\delta\phi} - \frac{k-1}{k} \frac{\delta Q_w}{\delta\phi} \right) \quad (8)$$

Cálculo del volumen instantáneo y del área de transferencia de calor

A partir de la cinemática del émbolo y de algunos parámetros geométricos del motor se puede calcular el volumen instantáneo ocupado por los gases dentro del cilindro

$$V(\phi) = V_c \left[1 + \frac{(\epsilon-1)}{2} \left(1 + \frac{\lambda}{4} - \cos\phi - \frac{\lambda}{4} \cos 2\phi \right) \right] \quad (9)$$

Derivando esta función con respecto a φ

$$\frac{dV(\varphi)}{d\varphi} = V_c \frac{(\varepsilon - 1)}{360} \pi \left(\sin\varphi + \frac{\lambda}{2} \sin 2\varphi \right) \quad (10)$$

El área instantánea de transferencia de calor puede calcularse asumiendo que la cámara de combustión es cilíndrica; el error que se comete es pequeño dado que la relación de compresión en los motores Diesel es grande y, por lo tanto, la geometría complicada del volumen muerto no influye mayormente. El área total será

$$A_w(\varphi) = \frac{\pi D^2}{2} + \frac{4V(\varphi)}{D} \quad (11)$$

Tabla 1. Fórmulas para el cálculo del coeficiente pelicular de transferencia de calor.

Autor	Fórmula	Observaciones
Eichelberg	$h = 7,83 \sqrt{V_{mp}} \sqrt{pT}$	1) P en bar; T en K 2) No toma en cuenta la transferencia de calor por radiación
Woschni	$h = 819,5 p^{0,8} W^{0,8} D^{-0,2} T^{0,53}$	
Annand	$\frac{h D}{k} = a \left(\frac{\rho V_{mp} D}{\mu} \right)^b$	$0,35 \leq a \leq 0,8$ y $b = 0,7$

Con cualquiera de estas correlaciones es posible calcular el coeficiente de transferencia de calor. A pesar que el valor de h dependerá de la fórmula empleada, sin embargo, esto no influye mucho en los resultados finales del modelo (Stone, 1992).

Modelación de la expansión y el escape

Los procesos de admisión y escape se modelaron bajo la hipótesis de un sistema abierto, considerando que el flujo a través de las válvulas es isoentrópico, por lo que para el cálculo de la masa que entra o sale del sistema se puede utilizar la fórmula del flujo a través de un orificio:

$$\dot{m} = \frac{C_d A_v p_1}{(RT_1)^{1/2}} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/k} \left[\frac{2k}{k-1} \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right) \right]^{1/2} \quad (13)$$

Transferencia de calor

Para calcular el calor intercambiado entre el fluido de trabajo y el medio exterior (al sistema de enfriamiento), se uso la relación

$$\frac{\delta Q_w}{\delta \tau} = A_w h (T - T_w) \quad (12)$$

donde, el coeficiente de transferencia de calor por convección h se puede calcular mediante diferentes fórmulas. De éstas, las más utilizadas son las propuestas por Eichelberg (1939), Woschni (1967) y de Annand (1963) (ver tabla 1).

Los subíndices 1 y 2 de la presión y la temperatura (P y T), en esta fórmula, dependen de que proceso se trata: si el proceso es admisión el subíndice 1 se refiere a las condiciones en el múltiple (colector) y el subíndice 2 a las condiciones dentro del cilindro, si el proceso es de escape estos subíndices son al revés.

En este modelo se adopta la hipótesis de que el régimen es cuasi-permanente. Se considera que la presión es constante en los ductos. Estas asunciones son validas en este modelo puesto que lo que interesa es el comportamiento del motor y no el comportamiento del flujo en las tuberías de admisión y escape.

La ecuación (10) es válida mientras la presión a la salida de la válvula sea mayor que la presión crítica. Cuando sea igual a la presión crítica, la velocidad del flujo en la sección más estrecha de la válvula será igual a la del sonido (M=1). En estas condiciones la relación de presiones entre la presión en la sección más estrecha y la presión en la entrada de la válvula será igual a la relación crítica:

Tabla 3. Fórmulas para la determinación del exponente adiabático

Sustancia de trabajo	Fórmula	Rango de T	Error
Aire y gases diatómicos	$k = 1,438 - 1,05 \cdot 10^{-4} T$	300 - 1000K	$\leq 0,2\%$
Aire + productos de la combustión ($\chi \leq 1$)	$k = 1,259 + \frac{76,7}{T} - \left(0,005 + \frac{0,0372}{\alpha} \right) \chi$	850 - 2800K	$\leq 0,5\%$
Aire + productos de la combustión ($\chi = 1$)	$k = 1,254 - \frac{0,0372}{\alpha} + \frac{76,7}{T}$	850 - 2800K	$\leq 0,5\%$

RESULTADOS

Una vez desarrollado el programa de computación, éste se implementó en Matlab (versión 4.2b).

Las características básicas del motor utilizado en la validación son:

Carrera del pistón:	85mm
Diámetro del cilindro:	90mm
Longitud de la biela:	142mm
Relación de compresión:	18/1
Cilindrada:	540cm ³
Motor monocilíndrico	de inyección directa.

Los datos disponibles eran:

- Diagramas indicados $p=f(\varphi)$
- Sección de paso de las válvulas.
- Consumos de aire y de combustible a diferentes velocidades de rotación.

En la tabla 4 se muestra la comparación de algunos parámetros del motor tomando en cuenta los resultados experimentales y los resultados de la modelación.

En la tabla 5 se muestran los parámetros asumidos de la función doble de Wiebe.

En las figuras 2 y 3 se muestran los diagramas de presión-ángulo y presión volumen para el régimen nominal del motor.

Tabla 4. Comparación de los resultados experimentales y calculados con el modelo matemático.

N°	rpm	Experimental			Calculada		
		$p_{indicada}$ (bar)	$p_{máxima}$ (bar)	α	$p_{indicada}$ (bar)	$p_{máxima}$ (bar)	α
1	2000	8,00	74,50	1,41	7,55	73,39	1,48
2	2200	5,89	70,70	1,95	5,92	67,72	2,08
3	2400	6,69	71,50	1,48	7,26	72,46	1,63
4	2700	4,90	57,50	2,43	4,73	60,41	2,69

Tabla 5. Parámetros de Wiebe utilizados.

N°	m_v	m_d	q_v	$\Delta\varphi_v$	$\Delta\varphi_d$
1	0,3	1,5	0,65	20	115
2	0,3	1,5	0,8	20	115
3	0,3	1,5	0,7	20	115
4	0,3	1,5	0,65	20	115

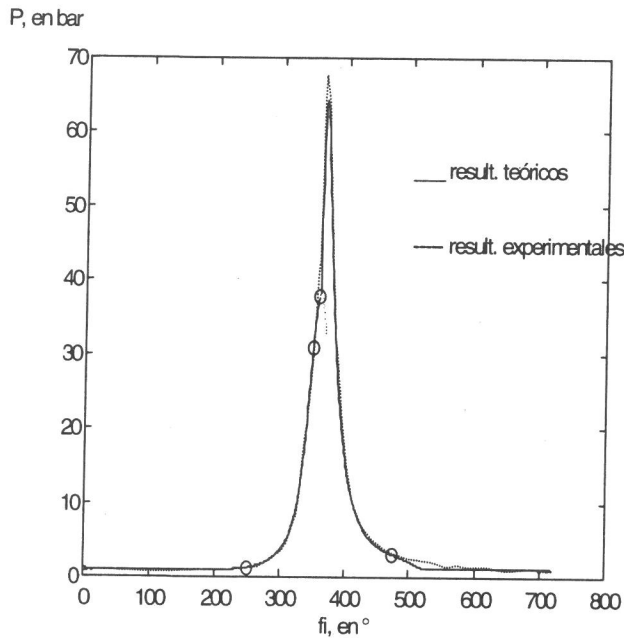


Fig. 2- Resultados comparativos presión-ángulo $p=f(\varphi)$; cuando $n=2000$ rpm.

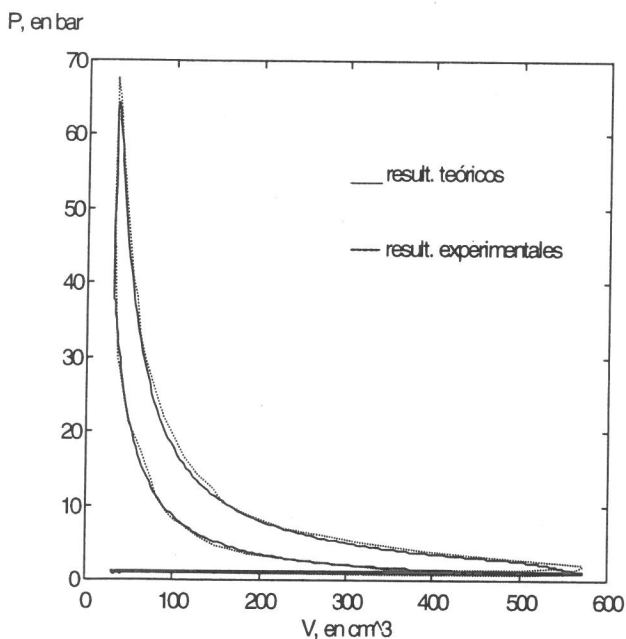


Fig. 3- Resultados comparativos $p=f(V)$; cuando $n=2000$ rpm.

CONCLUSIONES

1. Se desarrolla un modelo matemático de simulación numérica del ciclo termodinámico de un motor Diesel, de cuatro tiempos, de aspiración natural. Este modelo es cero-

dimensional, el cual permite estudiar adecuadamente el comportamiento de este tipo de motor.

2. Para los procesos del ciclo cerrado, la transferencia de calor a las paredes fue modelada con la ecuación de Eichelberg, mientras que para la combustión se usó la función doble de Wiebe, la cual considera que la combustión en un motor Diesel se divide en dos fases: la fase volumétrica y la fase difusiva, dependiendo del tipo de motor y del régimen de trabajo (entre otros factores) prevalecerá una fase con respecto a la otra. Para el motor analizado prevalece la fase volumétrica de la combustión en todos los regímenes evaluados.
3. Los procesos de admisión y escape fueron modelados considerando el flujo a través de las válvulas, considerando este flujo como unidimensional a través de orificios.
4. El modelo fue validado para diferentes regímenes de operación, tomando como base los resultados obtenidos por el profesor Bella de la Universidad de "Tor Vergata" de Roma, en un motor monocilíndrico; obteniéndose diferencias no mayores a 12% en los valores de algunos parámetros entre el modelo y los valores experimentales.

REFERENCIAS

1. Heywood, J.B., "Internal Combustion Engine Fundamentals", Editorial McGraw-Hill, Massachusetts, 1988.
2. Jójvaj, M.S., "Motores de Automóvil", Editorial MIR, Moscú, 1987.
3. Lazarani, M., Bauzer, E., Valadares, H., "Un método para simulación computacional de motores alternativos", XIII Congreso Brasileño de Ingeniería Mecánica (COBEM), Belo Horizonte, 1995.
4. Vera, E., Parise, J.A., "Modelo de Simulación para un Motor Diesel-gas". SAE technical papers N°973120-P (1997).
5. Vianna, J., Oliveira, G., "Analysis of mathematical model parameters used in simulation of internal combustion engines", XIII Congreso Brasileño de Ingeniería Mecánica (COBEM), Belo Horizonte, 1995.

