

Modelo simple del proceso de condensación de electrones

Rafaél Pérez

Facultad de Ciencias.

Universidad Nacional de Ingeniería

Recibido el 6 de Julio del 2015; aceptado el 20 de Julio del 2015

El objetivo central de este trabajo consiste en mostrar la posibilidad de condensar un gas de electrones del nivel de Fermi, esto se logra considerando que cada par de electrones con momentum total igual a cero y momentum angular intrínseco igual a cero, denominado par de Cooper, se han ligado en el espacio momentum debido a la existencia de un potencial efectivo atractivo, lo que se explica con la interacción activa de la red con cada par de electrones con las características ya mencionadas. La condensación se muestra con la existencia de un nivel de energía por debajo del estado fundamental del Gas de electrones libres de Fermi. La importancia de este trabajo radica en contribuir al entendimiento del fenómeno de la superconductividad en los metales.

Palabras Claves: Par de Cooper, Nivel de Fermi.

The main objective of this paper is to show the possibility of condensing a gas electron Fermi level, this is achieved considering that each pair of electrons with full momentum zero and intrinsic angular momentum zero, called Cooper pair, they have been linked in the momentum space due to the existence of an attractive effective potential, which is explained with the active network interaction with each pair of electrons with the aforementioned characteristics. Condensation shown the existence of an energy level below the ground state Fermi gas free electrons. The importance of this work is to contribute to the understanding of the phenomenon of superconductivity in metals.

Keywords: Cooper pair, Fermi level.

1 Introducción

Muchas de las propiedades de los metales (conductividad eléctrica, capacidad calorífica, etc) se pueden explicar teniendo en cuenta el modelo cuántico de un gas de “electrones libres” (GEL)^{1 2}. Veamos ahora el problema de la superconductividad. Consideremos un metal en estado normal; al descender la temperatura hasta un valor igual o menor que cierta temperatura crítica, éste pasa a un estado especial llamado estado superconductor³ [1][2][3].

Este nuevo estado se puede explicar teniendo en cuenta una interacción efectiva de tipo atractivo entre cada par de electrones^{4 5}.

El estado fundamental del gas de “electrones libres” corresponde al mar de Fermi lleno, lo cual corresponde a una energía mínima⁶. Es posible cambiar este estado fundamental a otro, que estaría representado por otra energía mínima, si consideramos la interacción atractiva entre los electrones mencionada líneas arriba; en este caso

nuestro sistema estaría formado por electrones corrientes y pares de electrones acoplados (véase la figura 1) .

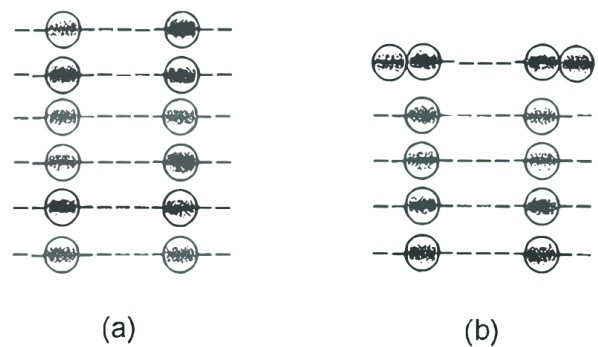


Figura 1. En la parte (a) de este gráfico hemos representado al estado fundamental del gas de Fermi. En la parte (b) tenemos una posible representación del estado fundamental de un gas de electrones en interacción, donde los pares de electrones son ahora bosones, no sometidos al principio de exclusión de Pauli.

¹Para explicar la conductividad eléctrica en los metales sólo se necesita considerar el modelo clásico del gas de electrones libres.

²Debemos recordar que estos electrones no son totalmente libres, ya que están sujetos a un potencial periódico debido a los iones de la red.

³La superconductividad no es una propiedad de una nueva clase de materiales como es el caso de los aislantes (10^{12} electrones/cm³) semiconductores (10^{12} electrones/cm³) y buenos conductores (10^{22} electrones/cm³) sino un nuevo estado de la materia como lo es, por ejemplo el gas, líquido o sólido.

⁴Esta interacción se encuentra mediada por la red de iones de la forma siguiente: Un electrón interactúa con la red, el otro siente la perturbación de la red, dando lugar a una interacción atractiva entre ambos electrones.

⁵Debemos tener en cuenta que esta interacción está representada por un potencial que es función de la temperatura crítica. Por ejemplo: El paso de gas a líquido en una sustancia es también controlado por la temperatura de condensación de la sustancia considerada.

⁶Este estado es estable bajo excitaciones en dicho gas; pero bajo una perturbación causada por la temperatura, cercana a la temperatura crítica, se vuelve inestable.

Los electrones que se acoplan son aquellos que tienen un momentum lineal total y momentum angular intrínseco total iguales a cero, sin que coincidan espacialmente. Esto no significa que el momentum. lincal (o angular) de cada partícula sea igual a cero ⁷. Además debemos mencionar que los electrones mas energéticos en el GEL, los que están cerca al nivel de Fermi, son sólo aquellos que se aparean ⁸. Lo que vamos a desarrollar a continuación servirá para mostrar un modelo simplificado del proceso de condensación en el espacio momentum de un gas de electrones[4][5][6][7].

2 Función de onda de un par de electrones en interacción bajo un potencial efectivo

Empecemos nuestro estudio considerando la función de onda de un par arbitrario de electrones del GEL, $\varphi(\bar{r}_1, \bar{r}_2)$, donde \bar{r}_1 y \bar{r}_2 son las variables espaciales correspondientes a un par. Es conveniente expresar $\varphi(\bar{r}_1, \bar{r}_2)$ en coordenadas relativas. Para lograr ésto hagamos la siguiente transformación [8][9]:

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \bar{r}_1 - \bar{r}_2 \\ R &= \frac{m\bar{r}_1 + m\bar{r}_2}{2m} = \frac{\bar{r}_1 + \bar{r}_2}{2} \end{aligned} \quad (1)$$

donde \bar{R} es la variable correspondiente al centro de masa. De acuerdo a lo expresado anteriormente

$$\varphi(\bar{r}_1, \bar{r}_2) = \tilde{\varphi}(\bar{r}, \bar{R})$$

para poder expresar $\tilde{\varphi}$ en coordenadas separables es necesario conocer la forma del potencial efectivo de interacción. Es conocido que el potencial de interacción entre dos cuerpos, en este caso tomaremos el potencial efectivo (V_{ef}), depende sólo del modulo de $\bar{r}_1 - \bar{r}_2$ ⁹,

$$V_{ef} \equiv V(|\bar{r}_1 - \bar{r}_2|) \quad (2)$$

Por lo tanto podemos ensayar

$$\tilde{\varphi}(\bar{r}, \bar{R}) = \Psi(\bar{r})g(\bar{R}) \quad (3)$$

La ecuación de Schrödinger estacionaria en coordenadas \bar{r}_1, \bar{r}_2 es:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_2^2 + V(|\bar{r}_1 - \bar{r}_2|) \right) \varphi(\bar{r}_1, \bar{r}_2) = \\ E\varphi(\bar{r}_1, \bar{r}_2) \end{aligned} \quad (4)$$

La expresion anterior bajo la transformación (1) es

⁷Recuerde por ejemplo que la fuerza magnética sobre un circuito cerrado inmerso en un campo magnético uniforme es cero; pero esto no significa que la fuerza magnética sobre cada parte del circuito sea cero.

⁸Son los electrones de mayor energía los que primero se ven afectados por los cambios. Podemos mencionar por ejemplo en el proceso de ebullición de un líquido, son las moléculas mas energéticas las que se vaporizan.

⁹Recuerde que estamos considerando hasta ahora una interacción arbitraria (no necesariamente la de Coulomb).

¹⁰Tener presente que estamos analizando el centro de masa.

¹¹La parte angular corresponde a los armónicos esféricos, ya que estamos suponiendo un potencial central (prob. de dos cuerpos).

$$\left(-\frac{\hbar^2}{m} \nabla_{\bar{r}}^2 - \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\bar{R}}^2 + V(|\bar{r}|) \right) \tilde{\varphi}(\bar{r}, \bar{R}) = E\tilde{\varphi}(\bar{r}, \bar{R}) \quad (5)$$

Reemplazando (3) en (5), obtenemos

$$-\frac{\hbar^2}{m} \frac{\nabla_{\bar{r}}^2 \Psi(\bar{r})}{\Psi(\bar{r})} - \frac{\hbar^2}{4} \frac{\nabla_{\bar{R}}^2 g(\bar{R})}{mg(\bar{R})} + V(|\bar{r}|) = E \quad (6)$$

Podemos observar en (6) dos expresiones que dependen de las variables independientes \bar{r} y \bar{R} , es decir

$$-\frac{\hbar^2}{m} \frac{\nabla_{\bar{r}}^2 \Psi(\bar{r})}{\Psi(\bar{r})} + V(|\bar{r}|) = E_{rel} \quad (7)$$

$$-\frac{\hbar^2}{4} \frac{\nabla_{\bar{R}}^2 g(\bar{R})}{mg(\bar{R})} = E - E_{rel} = E_{CM} \quad (8)$$

Una solución de (8) es

$$g(\bar{R}) = Ae^{i\bar{K}\cdot\bar{R}}, \quad A = cte \quad (9)$$

donde \bar{K} y E_{CM} se relacionan por:

$$E_{CM} = \frac{\hbar^2 \bar{K}^2}{4m} \quad (10)$$

Debemos recordar que una partícula queda representada por un paquete de ondas, y no solamente por la función (9) que no es de cuadrado integrable ¹⁰. Sin embargo con (9) podemos formar el paquete de ondas que si es normalizable, es decir

$$\Phi(\bar{R}) = \int d^3\bar{K} G(\bar{K}) e^{i\bar{K}\cdot\bar{R}} \quad (11)$$

Reescribamos la expresion (7):

$$-\frac{\hbar^2}{m} \nabla_{\bar{r}}^2 \Psi(\bar{r}) + V(|\bar{r}|)\Psi(\bar{r}) = E_{rel}\Psi(\bar{r}) \quad (12)$$

Debido a que el potencial solo depende de $|\bar{r}|$ la función de onda $\Psi(\bar{r})$ de la expresion (12) la podemos expresar en variables esféricas separables, es decir

$$\Psi(\bar{r}) = \tilde{\Psi}(\bar{r})\Omega(\theta, \phi) \quad (13)$$

Si escribimos (12) en coordenadas esféricas, obtenemos

$$-\frac{\hbar^2}{m} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\Psi(\bar{r})) + \frac{\bar{L}^2}{mr^2} \Psi(\bar{r}) = (E_{rel} - V(|\bar{r}|))\Psi(\bar{r}) \quad (14)$$

donde

$$\bar{L}^2 Y_{\ell m}(\theta, \phi) = \ell(\ell + 1)\hbar^2 Y_{\ell m}(\theta, \phi) \quad (15)$$

$Y_{\ell m}$ corresponde a los armónicos esféricos. De acuerdo a la expresión (13), podemos identificar que $\Omega(\theta, \phi) = Y_{\ell m}(\theta, \phi)$ ¹¹. Si nos limitamos al análisis del estado fundamental, entonces podemos tomar $\ell = 0, m = 0$. La ecuación (14) se transforma en

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\Psi(\bar{r})) = -\frac{m}{\hbar^2} (E_{rel} - V(|\bar{r}|))\Psi(\bar{r}) \quad (16)$$

Como $Y_{00} = \frac{1}{4\pi}$, entonces

$$\Psi(\bar{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \tilde{\Phi}(\bar{r}) \quad (17)$$

Lamentablemente desconocemos la forma del potencial $V(|\bar{r}|)$ para poder hallar una solución de (16); sin embargo ahora sabemos que la función de onda del estado fundamental de dos electrones en interacción bajo un potencial efectivo $V(|\bar{r}|)$ sólo depende de $|\bar{r}|$.
Escribamos (12) en coordenadas esféricas, obtenemos

3 Desarrollo de Fourier de la función de onda de un par de electrones $\Psi(\bar{r}_1, \bar{r}_2)$

El desarrollo de Fourier de $\varphi(\bar{r}_1, \bar{r}_2)$ en un volumen L^3 es¹²

$$\varphi(\bar{r}_1, \bar{r}_2) = \frac{1}{L^3} \sum_{\bar{k}_1} \sum_{\bar{k}_2} \alpha(\bar{k}_1, \bar{k}_2) e^{i\bar{k}_1 \cdot \bar{r}_1 + i\bar{k}_2 \cdot \bar{r}_2} \quad (18)$$

Recordemos que en el caso continuo (en \bar{r}) tenemos

$$\frac{1}{L^3} \int e^{i\bar{k} \cdot \bar{r}} d^3\bar{r} = \delta_{\bar{k}}$$

y en el caso discreto (en \bar{k}) tenemos

$$\frac{1}{L^3} \sum e^{i\bar{k} \cdot \bar{r}} = \delta_{\bar{r}}$$

podemos “despejar” $\alpha(\bar{k}_1, \bar{k}_2)$ de (18)

$$\alpha(\bar{k}_1, \bar{k}_2) = \frac{1}{L^3} \int \int d^3\bar{r}_1 d^3\bar{r}_2 \varphi(\bar{r}_1, \bar{r}_2) e^{i\bar{k}_1 \cdot \bar{r}_1 + i\bar{k}_2 \cdot \bar{r}_2} \quad (19)$$

De (1), obtenemos

$$\begin{aligned} \bar{r}_1 &= \bar{R} + \frac{\bar{r}}{2} \\ \bar{r}_2 &= \bar{R} - \frac{\bar{r}}{2} \end{aligned} \quad (20)$$

La expresión (19) en las nuevas variables \bar{R} y \bar{r} es¹³

$$\alpha(\bar{k}_1, \bar{k}_2) = \frac{1}{L^3} \int \int d^3\bar{r} d^3R \tilde{\varphi}(\bar{r}, R) e^{-i(\bar{k}_1 + \bar{k}_2) \cdot \bar{R}} e^{-i\frac{\bar{k}_1 - \bar{k}_2}{2} \cdot \bar{r}} \quad (21)$$

Reemplacemos (3) y (9) en (21), obtenemos

$$\alpha(\bar{k}_1, \bar{k}_2) = \frac{1}{L^3} \int \int d^3\bar{r} d^3R \bar{R} \Psi(\bar{r}) e^{-i(\bar{k}_1 + \bar{k}_2 - \bar{K}) \cdot \bar{R}} e^{-i\frac{\bar{k}_1 - \bar{k}_2}{2} \cdot \bar{r}} \quad (22)$$

En la expresión anterior podemos notar que

$$\frac{1}{L^3} \int d^3R e^{-i(\bar{k}_1 + \bar{k}_2 - \bar{K}) \cdot \bar{R}} = \delta_{\bar{K}, \bar{k}_1, \bar{k}_2} \quad (23)$$

Esta nueva expresión nos muestra la conservación del momentum del par. Ahora, si nos situamos en el centro de masa tenemos

$$\bar{K} = \bar{k}_1 + \bar{k}_2 = \bar{0} \quad (24)$$

entonces la expresión (??) toma la forma

$$\alpha(\bar{k}_1, \bar{k}_2) = \int d^3\bar{r} \Psi(\bar{r}) e^{-i\frac{(\bar{k}_1 - \bar{k}_2 - \bar{K})}{2} \cdot \bar{r}} \delta_{\bar{k}_2, \bar{k}_1}$$

$$\tilde{\alpha}(\bar{k}_1) = \sum_{\bar{k}_2} \alpha(\bar{k}_1, \bar{k}_2) = \int d^3\bar{r} \Psi(\bar{r}) \sum_{\bar{k}_2} e^{-i\frac{(\bar{k}_1 - \bar{k}_2 - \bar{K})}{2} \cdot \bar{r}} \delta_{\bar{k}_2, \bar{k}_1}$$

$$\tilde{\alpha}(\bar{k}_1) = \int d^3\bar{r} \Psi(\bar{r}) e^{-i\bar{k}_1 \cdot \bar{r}} \quad (25)$$

Reemplazando (17) en (25), obtenemos

$$\tilde{\alpha}(\bar{k}_1) = \frac{1}{4\pi} \int d^3\bar{r} \Psi(\bar{r}) e^{-i\bar{k}_1 \cdot \bar{r}} \quad (26)$$

De la expresión (26) podemos notar que a $\tilde{\alpha}(\bar{k}_1)$ depende sólo del modulo de k_1 , ya que podemos integrar las variables angulares (véase el Apéndice B). Esto representa la amplitud de probabilidad de encontrar un electrón de momentum $\hbar\bar{k}_1$ y el otro con momentum $-\hbar\bar{k}_1$. Es decir hemos agrupado los electrones en el espacio momentum en parejas interactuantes con momentum angular total casi igual a cero¹⁴.

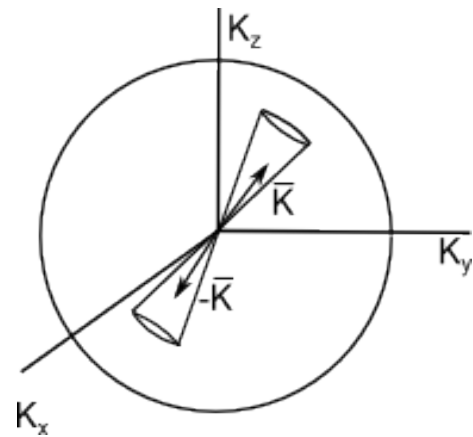


Figura 2. En el espacio momentum, los distintos k están distribuidos de manera aleatoria de manera que para cada k dentro de un pequeño ángulo sólido, siempre se puede encontrar un $-k$ en otro pequeño ángulo sólido.

¹²Esto no es otra cosa que desarrollar la función Ψ como una combinación lineal de $e^{i\bar{k}_1 \cdot \bar{r}_1 + i\bar{k}_2 \cdot \bar{r}_2}$.

¹³El jacobiano de esta transformación es igual a uno.

¹⁴14 (véase el gráfico 2)

¹⁵Si nosotros distinguiésemos los electrones del par complementario veríamos que éstos estarían cambiando de electrones; pero no lo podríamos distinguir porque son partículas idénticas.

Despejando $\tilde{\Phi}(|\vec{r}|)$ de 26, obtenemos

$$\tilde{\Phi}(|\vec{r}|) = \frac{\sqrt{4\pi}}{L^3} \sum \tilde{\alpha}(|\vec{k}|) e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad (27)$$

Lo cual representa la función de onda del par de electrones¹⁵; que como se ve, sólo depende de la distancia entre dichos electrones. En la figura 3 damos una representación clásica de este agrupamiento de los electrones en \vec{r} .

4 Solución de la ecuación de Shrödinger setacionaria en coordenadas relativas

Escribamos otra vez (12)

$$-\frac{\hbar^2}{m} \nabla_{\vec{r}}^2 + V(|\vec{r}|) \Psi(\vec{r}) = E_{rel} \Psi(\vec{r}) \quad (28)$$

donde E_{rel} tiene una contribución debido a las energías cinéticas del par de electrones y otra debido a la interacción entre los electrones del par (E_{par}).

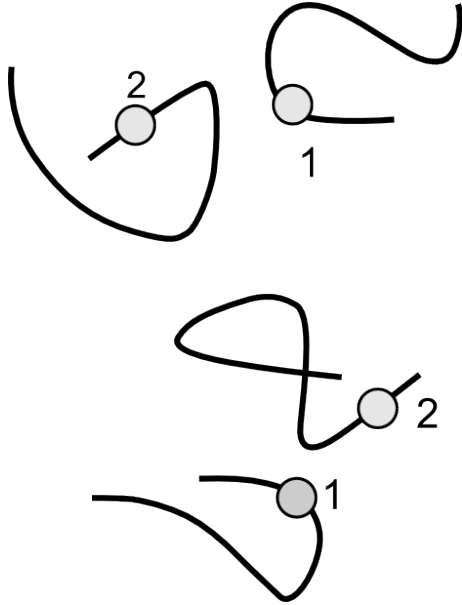


Figura 3. Representación clásica en r de dos parejas de electrones con momentums opuestos en cierto instante. Las curvas representan las trayectorias de los electrones.

Debido a que las excitaciones en un gas de electrones ocurren en la vecindad del nivel de Fermi, debemos considerar al par de electrones representado por la función de onda (27) cercano al nivel de Fermi. Entonces podemos considerar

$$E_{rel} = E_{par} + \frac{\hbar^2 k_F^2}{m} \quad (29)$$

Reemplacemos (27), (29) en (28):

¹⁶Los electrones que forman pares ligados están muy separados en comparación a la longitud de penetración de London. Esto nos permite entender que la repulsión coulombiana sea despreciable.

¹⁷El resultado experimental, en superconductividad, conocido como el efecto isotópico nos permite entender el rol importante que juega la red de iones en la formación de pares de Cooper.

$$-\frac{\hbar^2}{m} \nabla_{\vec{r}}^2 \tilde{\Psi}(\vec{r}) + V(|\vec{r}|) \tilde{\Psi}(\vec{r}) = (E_{par} + \frac{\hbar^2 k_F^2}{m}) \tilde{\Psi}(\vec{r}) \quad (30)$$

Reemplazando (27) en (30) obtenemos

$$2\varepsilon_{\vec{k}} \tilde{\alpha}(|\vec{k}|) = \sum_{\vec{k}'} \gamma_{\vec{k}\vec{k}'} \tilde{\alpha}(|\vec{k}'|) = (E_{par} + 2\varepsilon_{\vec{k}_F}) \tilde{\alpha}(|\vec{k}|) \quad (31)$$

donde

$$\varepsilon_k = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m}, \quad (32)$$

$\gamma_{\vec{k}\vec{k}'}$ es el coeficiente del desarrollo de Fourier de $V(|\vec{r}|)$, es decir,

$$\gamma_{\vec{k}\vec{k}'} = \frac{1}{L^3} \int d^3\vec{r} V(|\vec{r}|) e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\cdot\vec{r}} \quad (33)$$

5 Potencial efectivo de tipo atractivo

Sea V_{ef} el potencial efectivo de interacción para un par de electrones,

$$V_{ef} = V_{e-red-e} + V_{e-e}, \quad (34)$$

donde $V_{e-red-e}$ es el potencial de interacción electrón-red-electrón y V_{e-e} es el potencial de repulsión de Coulomb [10][11][12]. Para que V_{ef} sea de tipo atractivo, el potencial $V_{e-red-e}$ debe ser de tipo atractivo ya que V_{e-e} es de naturaleza repulsiva¹⁶. Es la interacción electrón-red-electrón la que crea las condiciones para el acoplamiento entre los electrones¹⁷. Ahora vamos a considerar un potencial efectivo V_{ef} de manera que sus coeficientes de Fourier $\gamma_{\vec{k}\vec{k}'}$ cambien muy poco con \vec{k} , \vec{k}' , y que su valor sea no positivo, es decir

$$\gamma_{\vec{k}\vec{k}'} = -\frac{g}{L^3} \text{ para } \varepsilon_{\vec{k}_F} < \frac{\hbar^2 \vec{k}}{2m}, \frac{\hbar^2 \vec{k}'}{2m}, < \varepsilon_{\vec{k}_F} + \hbar\omega_D \quad (35)$$

$$\gamma_{\vec{k}\vec{k}'} = 0 \text{ en otro caso} \quad (36)$$

Esta interacción es atractiva y constante en una banda de energía cuyo ancho es $\hbar\omega_D$ [5], ω_D es la frecuencia de Debye [6], sobre el nivel de Fermi. Reemplazando (35) en (31) obtenemos

$$(-2\varepsilon_{\vec{k}} + E + 2\varepsilon_{\vec{k}_F}) \tilde{\alpha}(|\vec{k}|) = \omega \quad (37)$$

donde

$$\omega \equiv -\frac{g}{L^3} \sum_{\vec{k}'} \tilde{\alpha}(|\vec{k}'|) \quad (38)$$

$$\varepsilon_{\vec{k}_F} < \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} < \varepsilon_{\vec{k}_F} + \hbar\omega_D \quad (39)$$

De (37) y (38), obtenemos

$$1 = \frac{g}{L^3} \sum_{\bar{k}} \frac{1}{-E + 2\varepsilon_{\bar{k}} - \varepsilon_{\bar{k}_F}} \quad (40)$$

$$\varepsilon_{\bar{k}_F} < \varepsilon_{\bar{k}} = \frac{\hbar^2 \bar{k}^2}{2m} < \varepsilon_{\bar{k}_F} + \hbar\omega_D \quad (41)$$

6 Energía de ligadura

Analicemos si existen valores propios $E < O$ (pares ligados) en (40). Para esto, por comodidad, consideremos los valores de \bar{k} continuos, entonces podemos escribir

$$\frac{1}{L^3} \sum_{\bar{k}} \rightarrow \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3\bar{k} \rightarrow \int N(\varepsilon) d\varepsilon \quad (42)$$

donde $N(\varepsilon)$ es el número de estados en el intervalo de energía ε y $\varepsilon + d\varepsilon$.

Considerando (42) en (40) obtenemos

$$1 = g \int_{\varepsilon_{\bar{k}_F}}^{D+\varepsilon_{\bar{k}_F}} N(\varepsilon) \frac{d\varepsilon}{-E + 2\varepsilon_{\bar{k}} - 2\varepsilon_{\bar{k}_F}} \quad (43)$$

Como estamos considerando pares de electrones cuyos valores de energías no difieren mucho de la energía de Fermi, es razonable suponer que $D \ll \varepsilon_{\bar{k}_F}$ entonces como $N(\varepsilon)$ es una función continua podemos usar el teorema del punto intermedio; es decir podemos reemplazar $N(\varepsilon)$ por $N(\varepsilon_{\bar{k}_F})$, donde $\varepsilon_{\bar{k}_F}$ puede ser considerado como el punto intermedio.

Hagamos el siguiente cambio de variable $u = 2\varepsilon_{\bar{k}} - E - 2\varepsilon_{\bar{k}_F} > 0$ entonces 43 se transforma en

$$2 = gN(\varepsilon_{\bar{k}_F}) \int_{-E}^{2D-E} \frac{du}{u} \Rightarrow$$

$$2 = gN(\varepsilon_{\bar{k}_F}) \ln u \Big|_{-E}^{2D-E} \Rightarrow$$

$$\frac{2D-E}{-E} = e^{\frac{2}{gN(\varepsilon_{\bar{k}_F})}}$$

Si suponemos que la interacción atractiva entre los pares de electrones es bastante débil, podemos escribir $gN(O) \ll 1$ [7]; entonces

$$E = -2De^{\frac{-2}{gN(O)}} \quad (44)$$

sería el valor de la energía de ligadura del par.

7 Momento Angular intrínseco

Hasta ahora no hemos tomado en cuenta las variables de espín. La función de onda del par, teniendo en cuenta dichas variables, sería $\Phi(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \sigma_1, \sigma_2)$, donde σ_1, σ_2 son las variables de espín. Recordemos que los electrones son fermiones, eso significa que Φ

$$\Phi(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \sigma_1, \sigma_2) = \Psi(\bar{r}_1, \bar{r}_2)\Theta(\sigma_1, \sigma_2) \quad (45)$$

es una función antisimétrica¹⁸; como $\Psi(\bar{r}_1, \bar{r}_2)$ debe ser simétrica, entonces la función de espín $\Theta(\sigma_1, \sigma_2)$ debe ser antisimétrica. Por lo tanto los pares de Cooper tienen un momentum angular intrínseco igual a cero.

8 Conclusiones

1. Considerando la existencia de un potencial atractivo mediado por la red, entre los electrones con momentum lineal cero y momentum angular intrínseco igual a cero se ha mostrado el proceso de condensación. de los electrones cercanos al nivel de Fermi.
2. Sólo los electrones cercanos al nivel de Fermi son los que forman pares de Cooper.
3. Se ha mostrado que el proceso de condensación de un gas de electrones en interacción ocurre en el espacio momentum. Además se ha encontrado un nuevo estado fundamental para el gas de electrones en interacción cuya energía es menor que la energía del estado fundamental del ("Gas de Fermi").

9 Agradecimientos

Agradezco al profesor H. Valqui por su valiosa asesoría, a la revista REVCUNI, al profesor Héctor Loro por apoyarme en la edición de este artículo y a todas aquellas personas que de una u otra forma hicieron críticas constructivas al presente trabajo.

1. H. K. ONNES, Comm. Phys. Lab., Univ. Leyden 1 Nos. 119, 120, 122, 1911.
2. MEISSNER AND OCHSENFELD, Naturw., 21, p. 787, 1933.
3. F. AND H. LONDON, *The Electromagnetic Equations of the Superconductor* Clarendon Laboratory, Oxford. (communicated by F.A. Lindermann, F.R.S.- Received October 23, 1934).
4. TORD CLAESON AND STIG LUNDQVIST, *The Microscopic Theory of Superconductivity verifications and Extensions*, Physica Scripta. vol. 10, 1974.
5. CHARLES KITTEL, *Introducción a la Física del estado sólido*, 3era edición, cap. 5, pag. 128, 134, 1993.
6. P.G. DE GENNES, *Superconductivity of metals and Alloys*, Chapter 4. p. 95. 1966.
7. G. EILCNBERGER, *Supraleitung und Verwandte Quantenphanomene*, Institut fur Festkorper forschung (29, February 1, Marz 1988).
8. *Apuntes del curso de mecánica cuántica*, Facultad de Ciencias, UNI.

¹⁸Esta función se puede expresar como el producto de dos funciones debido a que el potencial considerado solo depende de las variables espaciales, además no existe un potencial que conecte las variables de espín con las variables espaciales.

-
9. R. FEYNMAN, *The Feynman Lectures on Physics, Quantum Mechanics*, Vol III, Addison Wesley, 1971.
 10. J. BARDEEN, L.N. COOPER Y J. R. SCHRIFFER, *Phys. Rev.* 108, 1175, 1957.
 11. R.G. SCURLOCK, *Low Temperature Behaviour of Solids*, p. 20, 82. 1966.
 12. GRAHAM P. COLLINS, *Scientific American*, Volume 284 - Number 6, p.14, June, 2001.