# Desarmando el entanglement

*H.G.Valqui**

## Resumen

Algunos procesos atómicos producen fotones gemelos, los mismos que por la conservación del momento lineal son emitidos en direcciones opuestas, y por la conservación del momento angular deben tener polarizaciones ortogonales. Ahora, de acuerdo con cierta interpretación del modelo cuántico para tal proceso físico, cuando uno de los fotones atraviesa un polarizador (adquiriendo la correspondiente polarización) simultáneamente el fotón gemelo (sin haber pasado por ningún polarizador) adquiere la polarización ortogonal. Este fenómeno es lo que se conoce como entanglement.

*En el presente artículo muestro que las dos asunciones*:

i) Los fotones carecen de polarización antes de haber atravesado un polarizador,

ii) El estado de polarización del par de fotones, antes de la medición está correctamente representado por $(u_\uparrow \otimes v_\rightarrow + u_\rightarrow \otimes v_\uparrow)/\sqrt{2}$ que fundamentan la aparición del fenómeno de entanglement

*son incorrectas*.

## Abstract

There are some atomic processes which generate twin photons. Because of total-momentum-conservation these photons are emitted in opposite directions, and because of total-angular-momentum-conservation the photons must have orthogonal polarizations. Now, according to one of the interpretations of the quantum model for such physical process, when one of the photons goes through a polarizer and acquires the corresponding polarization, its twin partner gets simultaneously an orthogonal polarization (without having passed through a polarizer). This phenomenon is called entanglement.

*In this paper I show that the two assumptions*:

i) Photons have no polarization before going through a polarizer

ii) The state of polarization of the photon pair before the measurement is correctly represented by $(u_\uparrow \otimes v_\rightarrow + u_\rightarrow \otimes v_\uparrow)/\sqrt{2}$ which support the making up of the entanglement,

*are not correct*.

* Facultad de Ciencias/UNI

01) De acuerdo con el modelo cuántico, cuando (en el instante t) se realiza una medición (aislada) de un observable representado por un operador hermítico $\Omega$, se obtiene el número $q_k$ , el mismo que debe ser interpretado como un valor propio de $\Omega$. Por otro lado, debe asumirse que como consecuencia de la medición, el sistema físico sobre el cual se ha realizado la medición, ha “saltado” al estado $\varphi_k$ , que es el estado propio de $\Omega$ correspondiente al valor propio $q_k$ , es decir, $\Omega\varphi_k = q_k \varphi_k$.

02) ¿Cómo era el estado del sistema físico antes de la medición?. El modelo cuántico supone que dicho estado, $\psi$ , es propiamente desconocido, pero no totalmente:

i) Todos los posibles estados propios que se obtienen de las mediciones individuales constituyen una base para expresar el estado previo a la medición, $\psi( \ , t) = \Sigma_k a_k(t) \varphi_k$ ,

ii) La probabilidad de que por efecto de la medición el estado $\psi( \ , t)$ salte al estado $\varphi_k$ es igual a $|a_k(t)|^2$ (esto es lo que se conoce como colapso de la función de onda). El mencionado “salto” de la función de onda lo indicaremos así: $\psi \longrightarrow \varphi_k$ .

03) Debe notarse que en la expresión del estado general previo a la medición intervienen todos las funciones propias; *y que si de alguna manera sabemos* que el resultado de una medición ha producido el salto $\psi \longrightarrow \phi$ , entonces lo único que podemos afirmar es que el estado previo tenía a la función $\phi$ como una de sus componentes (*salvo que por alguna razón asumamos – o postulemos* – que el salto se realizó con probabilidad igual a la unidad, lo cual equivale a postular que el estado $\phi$ era precisamente el estado previo a la medición).

04) Aquí debemos aclarar que no es necesario que la función de estado previa a la medición esté expresada como combinación lineal de los estados propios del operador que representa al observable por medir. Si $\{\eta_j\}$ son los estados propios de algún otro operador $\Lambda$ que representa a algún observable del sistema físico considerado, entonces también podemos escribir $\psi( \ , t) = \Sigma_j \ m_j(t) \eta_j$ ; pero, ahora el número $|m_j(t)|^2$ ya no representa probabilidad para el salto $\psi \longrightarrow \varphi_k$ , que se produciría al medir el observable representado por $\Omega$.





Esto último no implica mayor dificultad, pues como es usual, podemos escribir $\eta_j = \Sigma_i \ w_{ij} \varphi_i$ , de donde obtenemos $\psi( \ , t) = \Sigma_{ji} \ w_{ij} \ m_j \ \varphi_i$ .

05) Si por otra parte, se tienen dos sistemas físicos, $S_1$ y $S_2$, que no interactúan entre sí, entonces cada uno será descrito en su correspondiente espacio de Hilbert, generado por las funciones propias de alguno de los operadores que describen los correspondientes procesos de dichos sistemas físicos.
Sean $\{\varphi_j\}$ y $\{\phi_k\}$ dos bases de los sistemas físicos mencionados correspondientes a un operador $\Omega$ común a ambos sistemas (y que son los estados propios a los que saltarán las, desconocidas, funciones de estado $\psi_1( \ , t)$, $\psi_2( \ , t)$ por efecto de la medición).

Pero también es posible describir simultáneamente dichos dos sistemas físicos, en cuyo caso la base del nuevo espacio de Hilbert estará constituida por el producto tensorial de los elementos de las bases aisladas; es decir, la base, correspondiente al operador $\Omega$ será el conjunto $\{\varphi_j \otimes \phi_k\}$, de manera que el estado del sistema compuesto, en algún instante antes de la medición estará expresado por: $\psi(1 \ , 2 \ ; t) = \Sigma_{jk} \ \alpha_{jk}(t) \ \varphi_j \otimes \phi_k$

06) Cuando el sistema compuesto es sometido a una medición, por ejemplo al sistema $S_1$ se lo somete a una medición aislada, obteniéndose un resultado que es un valor propio $\lambda_p$ , correspondiente a la $\varphi_p$ , donde $\Omega\varphi_p = \lambda_p \varphi_p$ , entonces, de acuerdo con el modelo cuántico, la función de estado deberá realizar el salto:

$$\psi(1 \ , 2 \ ; t) \longrightarrow \Sigma_k \ \alpha_{pk}(t) \ \varphi_p \otimes \phi_k = \varphi_p \otimes \Sigma_k \ \alpha_{pk}(t) \ \phi_k$$

donde puede verse que el sistema $S_2$, como se esperaba, no resulta afectado.

07) En el caso anterior todavía no se ha considerado la posibilidad de que cada uno de los sistemas físicos se refiera a partículas idénticas, por ejemplo, fotones. En tal circunstancia la función de estado del sistema

compuesto deberá incluir la imposibilidad de distinguir entre los fotones de un sistema y los fotones del otro sistema. El modelo cuántico exige ahora que el estado general sea de la forma,

$$\psi(1\ ,\ 2\ ;\ t) = \Sigma_{jk}\ \alpha_{jk}(t)\ [\varphi_{1j} \otimes \varphi_{2k} + \varphi_{1k} \otimes \varphi_{2j}] \qquad (*)$$

Aquí debemos aclarar lo siguiente. Las partículas idénticas sometidas a las mismas condiciones (en este caso, partículas libres) pueden tomar los mismos estados cuánticos. Es decir, $\varphi_{1k}$ indicará que la partícula $S_1$ se encuentra en el estado $\varphi_k$, mientras que $\varphi_{2k}$ indicará que, esta vez es la partícula $S_2$ que se encuentra en el estado $\varphi_k$.
Como podemos verificar, si la base $\{\varphi_k\}$ estuviese constituida por n elementos, entonces la sumatoria (*) tendría n(n +1)/2 elementos, de los cuales n son sumandos simples (los de la forma $\varphi_{1j} \otimes \varphi_{2j}$), mientras que cada uno de los restantes n(n – 1)/2 sumandos están compuestos por dos productos. Note, además, que en (*) se cumple $\alpha_{jk} = \alpha_{kj}$.

08) Si ahora, al medir el observable $\Omega$ sobre la partícula $S_1$ se obtiene el estado propio $\varphi_{1p}$, entonces, según el modelo cuántico, el estado del sistema compuesto deberá realizar el salto (sin preocuparnos aquí de la condición de normalización):

$$\psi(1\ ,\ 2\ ;\ t) \longrightarrow \Sigma_k\ \alpha_{pk}(t)\ \varphi_{1p} \otimes \varphi_{2k} + \Sigma_j\ \alpha_{jp}(t)\ \varphi_{1p} \otimes \varphi_{2j}$$

es decir,

$$\psi(1\ ,\ 2\ ;\ t) \longrightarrow \varphi_{1p} \otimes [\Sigma_k\ \alpha_{pk}(t)\ \varphi_{2k} + \Sigma_j\ \alpha_{jp}(t)\ \varphi_{2j}] = \varphi_{1p} \otimes 2\Sigma_k\ \alpha_{pk}(t)\ \varphi_{2k}$$

donde, como era de esperarse, el estado de la segunda partícula permanece totalmente desconocido.

09) Para el caso de la polarización de fotones el espacio de Hilbert es bidimensional. En el caso de fotones gemelos (que son producidos simultáneamente por la fuente), con estados de polarización (todavía desconocida) **p** y **q**, el estado del sistema compuesto quedará expresado





como $\chi(1\ ,\ 2) = 2^{-\frac{1}{2}}\ (\mathbf{p}\otimes\mathbf{q} + \mathbf{q}\otimes\mathbf{p})$. Pero la conservación del momento angular exige que los estados de los fotones gemelos sean ortogonales entre sí, es decir, deberá cumplirse que $\langle \mathbf{p}\ ,\ \mathbf{q}\rangle = 0$

10) Ahora, supongamos que el resultado de la medición del fotón $F_1$ (que se propaga hacia la derecha) ha dado como resultado el estado de polarización **u**; entonces tomaremos este estado, y el ortogonal **v**, como base (de cualquiera de los dos espacios de Hilbert), es decir, $\langle \mathbf{u}\ ,\ \mathbf{v}\rangle = 0$, por tratarse de una base ortonormal. Así podemos escribir $\mathbf{p} = \alpha_1\ \mathbf{u} + \beta_1\ \mathbf{v}$, $\mathbf{q} = \alpha_2\ \mathbf{u} + \beta_2\ \mathbf{v}$, donde la condición $\langle \mathbf{p}\ ,\ \mathbf{q}\rangle = 0$ implica que $\alpha_1{}^*\alpha_2 + \beta_1{}^*\beta_2 = 0$. Directamente puede verificarse que esta condición será satisfecha si se elige $\alpha_1 = e^{i\mu}\ \mathrm{sen}\theta$, $\beta_1 = e^{i\nu} \cos\theta$, $\alpha_2 = e^{i\mu} \cos\theta$, $\beta_2 = -\ e^{i\nu}\ \mathrm{sen}\theta$, donde $\mu$, $\nu$, $\theta$ son números reales arbitrarios. Es decir, los estados de los fotones gemelos, antes de la medición quedan correctamente expresados por la función de estado $\chi(1\ ,\ 2)$, donde

$$\mathbf{p} = e^{i\mu}\ \mathrm{sen}\theta\ \mathbf{u} + e^{i\nu} \cos\theta\ \mathbf{v}\ ,\quad \mathbf{q} = e^{i\mu} \cos\theta\ \mathbf{u} - e^{i\nu}\ \mathrm{sen}\theta\ \mathbf{v}.$$

Ahora podemos escribir,

$$\chi(1\ ,\ 2) = (e^{i\mu}\ \mathrm{sen}\theta\ \mathbf{u} + e^{i\nu} \cos\theta\ \mathbf{v})\otimes(e^{i\mu} \cos\theta\ \mathbf{u} - e^{i\nu}\ \mathrm{sen}\theta\ \mathbf{v}) + (e^{i\mu} \cos\theta\ \mathbf{u} - e^{i\nu}\ \mathrm{sen}\theta\ \mathbf{v})\otimes(e^{i\mu}\ \mathrm{sen}\theta\ \mathbf{u} + e^{i\nu} \cos\theta\ \mathbf{v}),$$ es decir,

$$\chi(1\ ,\ 2) = e^{i2\mu}\ \mathrm{sen}2\theta\ \mathbf{u}\otimes\mathbf{u} - e^{i2\nu}\ \mathrm{sen}2\theta\ \mathbf{v}\otimes\mathbf{v} + e^{i(\mu+\nu)} \cos2\theta\ (\mathbf{u}\otimes\mathbf{v} + \mathbf{v}\otimes\mathbf{u})$$

o también

$$\chi(1\ ,\ 2) = \mathbf{u}\otimes(e^{i2\mu}\ \mathrm{sen}2\theta\ \mathbf{u} + e^{i(\mu+\nu)} \cos2\theta\ \mathbf{v}) - \mathbf{v}\otimes(e^{i2\nu}\ \mathrm{sen}2\theta\ \mathbf{v} - e^{i(\mu+\nu)} \cos2\theta\ \mathbf{u})$$

11) La expresión anterior para $\chi(1\ ,\ 2)$ representa el estado general del par de fotones gemelos, cuyos estados (desconocidos) son ortogonales. Ahora, si la medición del estado de $F_1$ dio, como hemos supuesto, el resultado **u**, entonces la función $\chi(1\ ,\ 2)$ debe realizar el salto

$$\chi(1\ ,\ 2) \longrightarrow \mathbf{u}\otimes(e^{i2\mu}\ \mathrm{sen}2\theta\ \mathbf{u} + e^{i(\mu+\nu)} \cos2\theta\ \mathbf{v})$$

lo cual evidencia que el estado del fotón $F_2$ no ha sido afectado por la medición sobre $F_1$; permanece desconocido.

12) ¿Qué significaría que el estado $\chi(1, 2)$ del sistema deba ser representado por la función $2^{-1/2}$ $(\mathbf{u}\otimes\mathbf{v} + \mathbf{v}\otimes\mathbf{u})$ , donde **u** es el estado medido para $F_1$; y no por $2^{-1/2}$ $(\mathbf{p}\otimes\mathbf{q} + \mathbf{q}\otimes\mathbf{p})$, donde **p** es un estado arbitrario de $F_1$?

Esto significaría:

i) Que, a pesar de las negativas "oficiales" (según una versión de la Interpretación de Copenhagen), se está suponiendo que los fotones están polarizados antes de la medición.

ii) Que el estado del fotón $F_1$ (así como el de $F_2$), antes de la medición no es propiamente desconocido, sino que dicho fotón puede asumir solamente dos estados (de los infinitos posibles), uno de los cuales es precisamente el que se obtendrá por la medición.

Es decir, la asunción "oficial" de que el estado del sistema compuesto esté representado por la función $2^{-1/2}$ $(\mathbf{u}\otimes\mathbf{v} + \mathbf{v}\otimes\mathbf{u})$, donde **u** es el estado medido para $F_1$, no sólo contradice el supuesto de la no existencia de una polarización previa a la medición, sino que además implica un gran poder adivinatorio del futuro (el resultado de la medición sobre $F_1$).

13) Por otra parte, en la versión "oficial" se podría argüir que $\mathbf{u}(\theta)$ es un vector arbitrario, mientras que $\mathbf{u}(\theta_o)$ es el vector que resulta de la medición. Este argumento es ilusorio, mientras no se especifique con respecto a cual dirección se mide el ángulo $\theta$. Si el valor de $\theta$ se midiese con respecto a una recta caracterizada por el vector unitario $\boldsymbol{a}$ , entonces podríamos escribir $\mathbf{u}(\theta) = \cos\theta\, \boldsymbol{a} + \text{sen}\theta\, \boldsymbol{b}$, donde $\boldsymbol{b}$ es un vector ortogonal al vector $\boldsymbol{a}$ , y nuevamente estaríamos en una situación como la desarrollada en (10).

14) Nótese que en la expresión del estado del sistema compuesto por dos fotones:

$$\chi(1 , 2) = e^{i\,2\mu}\, \text{sen}2\theta\, \mathbf{u}\otimes\mathbf{u} - e^{i\,2\nu}\, \text{sen}2\theta\, \mathbf{v}\otimes\mathbf{v} + e^{i\,(\mu+\nu)} \cos2\theta\, (\mathbf{u}\otimes\mathbf{v} - \mathbf{v}\otimes\mathbf{u})$$

está garantizado el cumplimiento de la conservación del momento angular para cada par de fotones gemelos, lo cual nada tiene que ver con el hecho que los vectores **u** y **v** sean ortogonales entre sí.

15) Todo lo anterior es solamente un análisis teórico que aún siendo correcto, podría ser desmentido por los resultados de algunos experimentos realizados cuidadosamente...y analizados más cuidadosamente todavía. En un artículo anterior(4) he propuesto un experimento que permitiría dirimir el asunto.

## Conclusiones

**1)** En la representación oficial del estado de dos fotones gemelos, ortogonales entre sí, $\chi(1 , 2) = 2^{-1/2}$ $(\mathbf{p}\otimes\mathbf{q} + \mathbf{q}\otimes\mathbf{p})$ se supone que **p** es una dirección indeterminada, sin referirla a alguna base del espacio de polarización de los fotones en cuestión. Esta indeterminación genera el fenómeno de entanglement.

**2)** Pero si las direcciones de polarización, **p** y **q**, de los fotones gemelos, desconocidas pero ortogonales entre sí, son referidas a una base conocida del espacio de polarización, lo que parece debería ser la manera correcta de proceder, entonces no se produce la situación de entanglement, y la medición de la polarización de uno de los fotones no afecta al posible estado de polarización del fotón gemelo.

## Referencias Bibliográficas


**1.** A.Aspect, P.Grangier, G.Roger, Phys.Rev.Lett 47, 91, 1982

**2.** D.Mermin, Is the Moon there when nobody looks? Reality and quantum theory, Physics Today, April 1985.

**3.** H.G.Valqui, El error inicial, Revciuni, 7, 1, Feb. 2003.

**4.** H.G.Valqui. Corrección: Un experimento crucial para verificar el entanglement de dos fotones, Revciuni, 8 , 1, Febrero 2004.