

Rompimiento de Simetría y Generación de Masa de los Bosones Escalares Exóticos en un Modelo Simétrico. Left -Right con Simetría de Gauge

$SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{B-L} \otimes \mathcal{P}$

Henry José Diaz Chávez^{1†}, Orlando Pereyra Ravinez^{1††}

¹ Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Ingeniería (UNI), Av. Tupac Amaru 210, Rimac, Lima, c.p. 15333, Perú.

† hdiaz@uni.edu.pe, †† opereyra@uni.edu.pe

Recibido el 06 de abril de 2020; aceptado: 23 de julio de 2020

La búsqueda de una nueva Física, como se le llama a las diversas extensiones del Modelo Estandar (ME) de la física de partículas, nos motiva ha extender el grupo de simetría Electrodébil de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ al grupo de gauge con simetría left-right $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \otimes \mathcal{P}$, donde \mathcal{P} representa una simetría discreta de paridad tal que las constantes de acoplamiento izquierdo-derecho satisfacen $g_L = g_R$. Este modelo representa una de las extensiones llamadas mínimas del ME, y que de acuerdo a la jerarquía en el rompimiento de la simetría (condiciones que deben cumplir los valores de expectación del vacío introducidos en el modelo) nos permita obtener el ME. El objetivo del presente trabajo es identificar al bosón de Higgs del ME, considerando un potencial escalar mas general que debe respetar todas las simetrías (gauge, discretas e invariante de Lorentz) establecidas en el modelo. Para ello se tomará en cuenta parte de lo estudiado en artículos previos, acerca de las condiciones de jerarquía y ciertas aproximaciones que deben cumplir los valores de expectación del vacío para obtener simplicidad en el desarrollo de los cálculos.

Palabras Claves: Modelos Izquierdo-Derecho, Extensiones del Modelo Estandar, simetrías, Partículas Exóticas.

The search for a new Physics, as the various extensions of the Standard Model (SM) of particle physics are called, motivates us to extend the electroweak symmetry group from $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ to the gauge group with left-right symmetry $SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \otimes \mathcal{P}$, where \mathcal{P} is a parity discrete symmetry such that left-right coupling constants satisfied $g_L = g_R$. This model represents one of the minimal extensions of the SM, and which according to the hierarchy in the symmetry breaking (conditions that must be met by the vacuum expectation values introduced in the model) allowing to obtain the SM. The aim of this work is to identify the Higgs boson of the SM, considering a more general scalar potential that must respect all the symmetries (gauge, discrete symmetries and must be Lorentz invariant) established in the model. We will take into account what was studied in previous articles, about the hierarchy conditions and certain approximations that must satisfy the vacuum expectation values for obtaining greater simplicity in the development of calculations.

Keywords: Left-Right models, Standard Model Extension, symmetries, Exotic particles.

1 Introducción

El Modelo Estandar (ME) de las partículas fundamentales se divide en dos partes, según sea la interacción a estudiar, la Electrodébil y la Fuerte. Este modelo elaborado por Weinberg-Salam-Glashow[1] asocia a cada partícula conocida con un campo cuántico dando cuenta de sus interacciones. Todas las partículas predichas por el ME han sido observadas experimentalmente, siendo la observación final la del bosón de Higgs en 2012 por ATLAS y CMS[2][3]. A pesar del éxito del ME, la teoría no explica ciertos hechos [4]. En el ME, los neutrinos son no masivos, sin embargo, los experimentos han demostrado que los neutrinos podrían tener masas al igual como sucede con los kaones[5] presentar el fenómeno de oscilación[6]. Desde el punto de vista de los campos escalares nada nos garantiza que el bosón de Higgs predicho por el ME sea el único. Muchas de las extensiones del

ME contemplan la existencia de más de una partícula escalar masiva de carga cero[7], siendo la de menor masa la del bosón de Higgs[2][3] ($M_{Higgs} = 125.10 \pm 0.14$ GeV [8]).

Este trabajo tiene por objetivo estudiar el espectro de masas del sector escalar de uno de los modelos que es una extensión del ME, el llamado modelo simétrico Left-Right con simetría de gauge $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{B-L} \otimes \mathcal{P}$ [9][10], sin considerar el sector fuerte (Cromodinámica).

Estos modelos simétricos Left-Right son estudiados principalmente con la finalidad de dar una justificación de la pequeñas de la masa del neutrino (esto debido a la evidencia experimental de la oscilación de neutrinos[6]), así como también buscar una explicación sobre la violación de la paridad a bajas energías[11], la búsqueda de candidatos a ser partícula de la materia oscura[4], etc entre otras interrogantes que como es conocido no pueden ser

explicadas por el ME.

En el presente modelo, todos los fermiones son partículas de tipo Dirac, esto incluye a los neutrinos, cuyos acoplamientos con los bosones vectoriales neutros son dados en un trabajo previo[12]. El sector escalar esta formado por, mínimo dos bi-dobletes, Φ_1, Φ_2 , que dan masa, a través del rompimiento espontáneo de la simetría y el mecanismo de Higgs, a los leptones, bosones y quarks respectivamente.

Adicionalmente, el modelo presenta desde el inicio una simetría de paridad, \mathcal{P} , por lo tanto a través de este operador de simetría discreta conjuntamente con las simetrías de gauge es que toda la densidad lagrangeana manifiesta la simetría left-right, en consecuencia las constantes de acoplamiento, g_L y g_R son iguales ($g_L = g_R$)[12], para energías mayores que la escala del ME. Al efectuar el rompimiento espontáneo de la simetría, debe obtenerse primeramente el sector electrodébil del ME ($SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, ya que el sector fuerte es el mismo que el del ME, para llegar finalmente a la simetría natural, $U(1)_Q$, que es la simetría correspondiente al campo electromagnético y por lo tanto esta relacionado a la conservación de la carga eléctrica.

En este artículo no tomaremos en cuenta los otros sectores del modelo (Sector bosónico, Sector de Yukawa[12]) debido a que solo estamos interesados en describir con bastante detalle a las partículas escalares. Cabe mencionar que los valores de expectación del vacío (VEV), $k_1, k'_1, k_2, k'_2, v_L$, y v_R , son considerados reales, donde se debe cumplir la relación de jerarquía $v_R \gg X$, siendo X cualquiera de los VEVs diferentes de v_R .

En la sección 2, se presenta un resumen del modelo left-right, considerando la forma en que se presentan los multipletes tanto en los sectores leptónicos, escalar y bosónico, este último solo se menciona, ya que a sido discutido de manera mas detallada en artículos previos[12]. En la sección 3, se definen las llamadas ecuaciones de vínculo, las cuales toman un rol importante en el cálculo del espectro de masas de los escalares.

En la sección 4, se procede a calcular las masas de las partículas escalares propuestas en el modelo. Estos cálculos son basados en la construcción de las matrices de masas de los campos neutros así como de los simplemente cargados, obteniéndose como consecuencia los bosones de Goldstone y las nuevas partículas de Higgs, tal que uno de ellos debe corresponder a la del ME.

En la sección 5, se discute a través de un análisis fenomenológico la identificación del bosón de Higgs del ME, dándose restricciones adicionales de los parámetros del modelo (generalmente dichos parámetros corresponden al potencial escalar propuesto).

En la sección 6, se colocan las conclusiones establecidas como consecuencia de los obtenido en los cálculos previos.

2 El modelo simétrico left-right

2.1 Sector leptónico

Los leptones izquierdos y derechos son dobles en la representación fundamental de los grupos de gauge lo-

cales $SU(2)_L$ y $SU(2)_R$ respectivamente:

$$L_l \equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \begin{pmatrix} \psi_{\nu_l} \\ \psi_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L ; \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L ; \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L \sim (\mathbf{2}_L, \mathbf{1}_R, -1)$$

$$R_l \equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \begin{pmatrix} \psi_{\nu_l} \\ \psi_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_R ; \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_R \\ \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_R \sim (\mathbf{1}_L, \mathbf{2}_R, -1)$$

Los números entre paréntesis representan la tercera componente de isospin izquierdo y derecho, $T_{3L}(T_{3R})$, y el número cuántico de hipercarga $B - L$ respectivamente[13]. Estos se relacionan a través de la fórmula de Gellmann-Nishijima [14]:

$$Q = T_{3L} + T_{3R} + \frac{B - L}{2} \quad (1)$$

En el ME el número cuántico de hipercarga era un parámetro arbitrario que no tenía significado físico pero que está relacionado con la carga eléctrica que deberán tener las partículas propuestas en el modelo después de la quiebra, ahora dicho número cuántico ya no es cualquier valor sino que esta relacionado con la diferencia entre el número bariónico y el número leptónico, que desde el punto de vista experimental resulta ser invariante [9][10].

2.2 Sector Escalar

El sector escalar consiste en dos bi-dobletes que se transforman como $(\mathbf{2}, \mathbf{2}, 0)$:

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^0 & \eta_1^+ \\ \phi_1^- & \eta_1^0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^0 & \eta_2^+ \\ \phi_2^- & \eta_2^0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

la carga eléctrica que se muestra en los campos escalares son justificadas en [15]. El bi-doblete Φ_1 le da masa a los leptones conocidos (incluido los neutrinos) y el otro bi-doblete, Φ_2 le da masa a los quarks. Los dobles $\chi_L \sim (\mathbf{2}, \mathbf{1}, +1)$ y $\chi_R \sim (\mathbf{1}, \mathbf{2}, +1)$ se introducen no sólo para completar la jerarquía en el rompimiento de simetría hacia el grupo natural $U(1)_Q$ sino también para que se proteja la simetría left-right del modelo. Esta simetría de paridad queda rota explícitamente cuando el campo neutro del doblete χ_R gana un valor de expectación del vacío diferente de cero (rompimiento espontáneo de la simetría), es decir, $v_R \neq 0$.

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \chi_L^+ \\ \chi_L^0 \end{pmatrix}, \quad \chi_R = \begin{pmatrix} \chi_R^+ \\ \chi_R^0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

El sector de Higgs es diferente para cada modelo que se estudia, uno establece la forma de los multipletes escalares (dependiendo lo que se desea investigar) y adicionalmente se propone un potencial escalar, lo más general, es decir, aquel que respeta las simetrías de gauge del

modelo y alguna simetría discreta adicional. Por ejemplo, para el caso de nuestro modelo, se propone el siguiente potencial[12]:

$$V = V^{(2)} + V^{(4a)} + V^{(4b)} + V^{(4c)} + V^{(4d)} + V^{(4e)} \quad (4)$$

donde:

$$\begin{aligned} V^{(2)} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1,2}^2 \left[\mu_{ii}^2 \text{Tr}(\Phi_i^\dagger \Phi_i) + H.c. \right] \\ &+ \mu_{LR}^2 (\chi_L^\dagger \chi_L + \chi_R^\dagger \chi_R) \\ V^{(4a)} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1,2}^2 \left[\lambda_{ii} \text{Tr}(\Phi_i^\dagger \Phi_i)^2 + H.c. \right], \\ V^{(4b)} &= \frac{1}{2} \sum_{i=1,2}^2 \lambda'_{ii} \left(\text{Tr} \Phi_i^\dagger \Phi_i \right)^2, \\ V^{(4c)} &= \rho_{12} \text{Tr} \left(\Phi_1^\dagger \Phi_1 \Phi_2^\dagger \Phi_2 \right), \\ V^{(4d)} &= \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1,2}^2 (\Lambda_{ii} \text{Tr} \Phi_i^\dagger \Phi_i (\chi_L^\dagger \chi_L \chi_R^\dagger \chi_R) \right. \\ &+ \bar{\Lambda}_{ii} (\chi_L^\dagger \Phi_i \Phi_i^\dagger \chi_L + \chi_R^\dagger \Phi_i \Phi_i^\dagger \chi_R) + \\ &\left. + \bar{\Lambda}'_{ii} (\chi_L^\dagger \tilde{\Phi}_i \tilde{\Phi}_i^\dagger \chi_L + \chi_R^\dagger \tilde{\Phi}_i \tilde{\Phi}_i^\dagger \chi_R)) \right], \\ V^{(4e)} &= \lambda_{LR} \left[(\chi_L^\dagger \chi_L)^2 + (\chi_R^\dagger \chi_R)^2 \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Se observan varios parámetros introducidos en el potencial que están relacionados a través de las llamadas ecuaciones de vínculo.

Como nuestro estudio se basa en éste sector escalar, es necesario suponer la existencia de los VEVs a través de los campos escalares neutros.

$$\langle \Phi_1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k'_1 \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_2 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} k_2 & 0 \\ 0 & k'_2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

y

$$\langle \chi_L \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_L \end{pmatrix}, \quad \langle \chi_R \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_R \end{pmatrix}, \quad (7)$$

Estos VEVs son reales, ya que estamos interesados en el espectro de masa de los escalares. Cabe destacar que si estuvieramos interesados en otros estudios tal como Violación CP[11], estos VEVs los consideraríamos complejos.

2.3 Sector Bosónico

Como toda extensión del ME, el modelo propone la existencia de siete bosones vectoriales: Un bosón neutro no masivo, el fotón A_μ , dos bosones neutros masivos (Z_L , Z_R) y cuatro cargados masivos (W_L^\pm , W_R^\pm). El estudio de este sector no forma parte del objetivo de este artículo, ver [12].

3 Ecuaciones de Vínculo

La ecuaciones de vínculo se obtienen cuando el potencial lo expandimos alrededor de los valores esperados del

vacio mediante el llamado rompimiento espontáneo de la simetría, es decir con la condición:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_i}|_{\phi=(\phi)} = 0. \quad (8)$$

donde $\langle \phi \rangle$ es cualquier valor de expectación: k_1 , k_2 , k'_1 , k'_2 , v_L y v_R .

Tomando en cuenta la condición para el mínimo del potencial (8), se obtienen seis ecuaciones de vínculo:

$$\begin{aligned} (a) \quad & k_1 \mu_{11}^2 + (\lambda_{11} + \lambda'_{11}) k_1^3 + \lambda'_{11} k_1 k'_1 \\ & + \frac{k_1}{2} (v_L^2 + v_R^2) (\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}'_{11}) + \frac{1}{2} k_1 k_2^2 \rho_{12} = 0, \\ (b) \quad & k'_1 \mu_{11}^2 + (\lambda_{11} + \lambda'_{11}) k'_1{}^3 + \lambda'_{11} k'_1 k_1^2 \\ & + \frac{k'_1}{2} (v_L^2 + v_R^2) (\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}_{11}) + \frac{1}{2} k'_1 k'_2 \rho_{12} = 0, \\ (c) \quad & k_2 \mu_{22}^2 + (\lambda_{22} + \lambda'_{22}) k_2^3 + \lambda'_{22} k_2 k'_2 \\ & + \frac{k_2}{2} (v_L^2 + v_R^2) (\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22}) + \frac{1}{2} k_2 k_1^2 \rho_{12} = 0, \\ (d) \quad & k'_2 \mu_{22}^2 + (\lambda_{22} + \lambda'_{22}) k'_2{}^3 + \lambda'_{22} k'_2 k_2^2 \\ & + \frac{k'_2}{2} (v_L^2 + v_R^2) (\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22}) + \frac{1}{2} k'_2 k'_1 \rho_{12} = 0, \\ (e) \quad & \mu_{LR}^2 v_L + \lambda_{LR} v_L^3 + \frac{v_L}{2} (k'_1{}^2 (\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}_{11}) + k'_2{}^2 \\ & (\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22}) + k_1^2 (\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}'_{11}) + k_2^2 (\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})) \\ & = 0, \\ (f) \quad & \mu_{LR}^2 v_R + \lambda_{LR} v_R^3 + \frac{v_R}{2} (k'_1{}^2 (\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}_{11}) + k'_2{}^2 \\ & (\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22}) + k_1^2 (\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}'_{11}) + k_2^2 (\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Estas ecuaciones representan condiciones que deben cumplir tanto los VEVs como los parámetros que fueron definidos previamente a través del potencial y se utilizarán con el fin de simplificar los elementos de matrices tanto para los campos escalares simplemente cargados y los campos neutros.

Se puede observar de estas ecuaciones que existe la opción de que cualquiera de los valores de expectación tomen, en algún momento, el valor de cero. Eso dependerá exclusivamente de lo que se esté interesado por estudiar, por ejemplo, para nuestro caso, por razones de simplicidad en la obtención de los valores de masa de estos escalares podemos aproximarlos al valor de cero comparados con el valor de expectación del vacío v_R , ver [12].

4 Matrices de Masas de los Bosones Escalares Exóticos

Expandiendo los campos escalares neutros alrededor de los valores esperados mínimos (VEVs reales) del potencial, y considerándolos (a dichos campos) complejos, los dos bi-dobletes y dobles escalares toman la forma:

Para los bi-dobletes:

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(k_1 + H_{1a} + i I_{1a}) & \eta_1^+ \\ \phi_1^- & \frac{1}{\sqrt{2}}(k'_1 + H_{2a} + i I_{2a}) \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\Phi_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(k_2 + H_{1b} + i I_{1b}) & \eta_2^+ \\ \phi_2^- & \frac{1}{\sqrt{2}}(k'_2 + H_{2b} + i I_{2b}) \end{pmatrix},$$

Para los dobles:

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \chi_L^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_L + H_{1L} + i I_{1L}) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

$$\chi_R = \begin{pmatrix} \chi_R^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_R + H_{1R} + i I_{1R}) \end{pmatrix},$$

Observar que sólo los campos neutros son expandidos alrededor de un valor esperado mínimo (VEV) mas no los campos cargados.

En nuestro modelo no existen campos escalares doblemente cargados, ello debido a que no hemos introducido en el sector Higgs los tripletes escalares, esto implicaría un estudio de neutrinos masivos a través del mecanismo de Seesaw[16][17].

4.1 Campos Escalares Simplemente Cargados

La matriz de masa de cualquier campo escalar se obtiene a partir de los términos cuadráticos de los campos dentro del potencial escalar del modelo. Es decir, para un potencial arbitrario, la expresión general de los elementos de masa de los campos escalares se obtienen de[18] :

$$\sum_{i,j} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_k \partial \phi_i} |_{\phi=\langle\phi\rangle} (T^a)_{ij} \langle \phi_j \rangle = 0 \quad (12)$$

recordar que T^a son los generadores del grupo de simetría. La matriz de masa de los campos escalares (masas al cuadrado)esta dada por:

$$\mathcal{M}_{ij}^2 = \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_k \partial \phi_i} |_{\phi=\langle\phi\rangle} \quad (13)$$

La base que consideramos en la expresión de la matriz para los campos escalares simplemente cargados es: η_1^+ , ϕ_1^- , η_2^+ , ϕ_2^- , χ_L^+ y χ_R^+ .

$$\mathcal{M}_{SC}^2 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{26} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{61} & a_{62} & \cdots & a_{66} \end{pmatrix} \quad (14)$$

donde:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{\rho_{12}(k'_2 - k_2^2)}{2} - \frac{1}{2}(v_L^2 + v_R^2)(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}'_{11}) \\ &+ k_1'^2 \lambda_{11} \\ a_{12} &= a_{21} = 0, \\ a_{13} &= a_{31} = \frac{\rho_{12} k_1 k_2}{2}, \\ a_{14} &= a_{41} = a_{15} = a_{51} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{16} &= a_{61} = 0, \\ a_{22} &= \frac{\rho_{12}(k_2^2 - k'_2)}{2} - \frac{1}{2}(v_L^2 + v_R^2)(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}_{11}) \\ &+ k_1^2 \lambda_{11}, \\ a_{23} &= a_{32} = 0, \\ a_{24} &= a_{42} = \frac{\rho_{12} k'_1 k'_2}{2}, \\ a_{25} &= a_{26} = a_{52} = a_{62} = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} a_{33} &= \frac{\rho_{12}(k'_1 - k_1^2)}{2} - \frac{1}{2}(v_L^2 + v_R^2)(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22}) \\ &+ k'_2 \lambda_{22} \\ a_{34} &= a_{43} = a_{35} = a_{53} = 0, \\ a_{36} &= a_{63} = 0, \\ a_{44} &= \frac{\rho_{12}(k_1^2 - k'_1)}{2} - \frac{1}{2}(v_L^2 + v_R^2)(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22}) \\ &+ k_2^2 \lambda_{22} \\ a_{45} &= a_{46} = a_{54} = a_{64} = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{55} &= -\frac{1}{2}k_1'^2(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}_{11}) - \frac{1}{2}k_2'^2(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22}) \\ &- \frac{1}{2}k_1^2(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}'_{11}) - \frac{1}{2}k_2^2(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22}), \\ a_{56} &= a_{65} = 0, \\ a_{66} &= -\frac{1}{2}k_1'^2(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}_{11}) - \frac{1}{2}k_2'^2(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22}) \\ &- \frac{1}{2}k_1^2(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}'_{11}) - \frac{1}{2}k_2^2(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22}), \end{aligned}$$

Para construir esta matriz se han utilizado las ecuaciones de vínculo dadas en la expresión (9) con la finalidad de simplificar estos elementos de matriz. Además, se observa que es una matriz simétrica verificándose $a_{55} = a_{66}$.

El siguiente paso es diagonalizar la matriz, pero para ello se usará una aproximación para simplificar aun más los cálculos, ya que son muy extensos. Se usará la siguiente aproximación para los VEVs que se justifican en la referencia [12]:

$$k_1 \approx k'_1 \approx 0, \quad k_2 \approx k'_2, \quad v_L = 0. \quad (16)$$

Estas relaciones de los VEVs han sido consideradas en un artículo previo[12], donde la jerarquía que deben cumplir los VEVs es la siguiente: $v_R \gg k_1, k_2, k'_1, k'_2, v_L$. Estas aproximaciones (16), son justificadas por las ecuaciones de vínculo, donde también el hecho de hacer $v_L = 0$ no afecta a ningún sector dentro del lagrangiano[12]. Es decir, el doblete χ_L no interactúa con las partículas (fermiones) conocidas del ME, siendo, según los modelos actuales, candidato a ser partícula de la materia oscura. Por lo tanto, con las aproximaciones dadas en (16) se tiene la nueva matriz:

$$\mathcal{M}_{Cf}^2 = \begin{pmatrix} e_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{66} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

donde los elementos de la matriz diagonal son:

$$\begin{aligned} e_{11} &= -\frac{v_R^2}{2}(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}'_{11}), \\ e_{22} &= -\frac{v_R^2}{2}(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}_{11}), \\ e_{33} &= k_2^2 \lambda_{22} - \frac{v_R^2}{2}(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22}), \\ e_{44} &= k_2^2 \lambda_{22} - \frac{v_R^2}{2}(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22}), \\ e_{55} &= e_{66} = -k_2^2(2\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22} + \bar{\Lambda}'_{22}) \end{aligned} \quad (18)$$

Por ser una matriz diagonal los valores propios resultan ser los mismos elementos de la diagonal, por lo tanto, los valores de masa de estos campos (masas al cuadrado) están dados por:

$$\begin{aligned} m_{H_1^+}^2 &= -\frac{v_R^2}{2}(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}'_{11}), \\ m_{H_2^-}^2 &= -\frac{v_R^2}{2}(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}_{11}), \\ m_{H_3^+}^2 &= k_2^2 \lambda_{22} - \frac{v_R^2}{2}(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22}), \\ m_{H_4^-}^2 &= k_2^2 \lambda_{22} - \frac{v_R^2}{2}(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22}), \\ m_{H_5^+}^2 &= m_{H_6^+}^2 = -k_2^2(2\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22} + \bar{\Lambda}'_{22}) \end{aligned} \quad (19)$$

Se observa de estos resultados que los campos escalares simplemente cargados resultan ser partículas masivas. Es conocido de la literatura que el rompimiento espontáneo de la simetría de un grupo continuo de mayor a uno de menor dimensión se efectúa a partir de los campos escalares neutros donde como consecuencia aparecen los llamados Bosones de Goldstone, y no a través de los campos escalares cargados, con la finalidad de que siempre se cumpla la conservación de la carga eléctrica [19].

De las ecuaciones dadas en (19) y del hecho que según la jerarquía de los VEVs se debe cumplir: $v_R \gg X$, donde X es cualquier otro valor de expectación, se obtienen:

$$\begin{aligned} \Lambda_{11} + \bar{\Lambda}'_{11} &< 0, \quad \Lambda_{11} + \bar{\Lambda}_{11} < 0, \\ \Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22} &< 0, \quad \Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22} < 0, \\ 2\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22} + \bar{\Lambda}'_{22} &< 0, \end{aligned} \quad (20)$$

siendo estas desigualdades restricciones adicionales que deben cumplir los parámetros. También se puede mencionar que hay dos partículas simplemente cargadas que presentan degeneración, es decir, tienen la misma masa (estrictamente hablando, su cuadrado), $m_{H_5^+}^2, m_{H_6^+}^2$.

Finalmente, obtenemos sus masas, a partir de (19), de

estos escalares cargados son:

$$\begin{aligned} m_{H_1^+} &= v_R \sqrt{-\frac{1}{2}(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}'_{11})}, \\ m_{H_2^-} &= v_R \sqrt{-\frac{1}{2}(\Lambda_{11} + \bar{\Lambda}_{11})}, \\ m_{H_3^+} &= \sqrt{k_2^2 \lambda_{22} - \frac{v_R^2}{2}(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})}, \\ m_{H_4^-} &= \sqrt{k_2^2 \lambda_{22} - \frac{v_R^2}{2}(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22})}, \\ m_{H_5^+} &= m_{H_6^+} = k_2 \sqrt{-(2\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})} \end{aligned} \quad (21)$$

Aproximando las masas de los escalares $m_{H_3^+}$ y $m_{H_4^-}$ para valores de v_R grandes comparado a los otros VEVs:

$$\begin{aligned} m_{H_3^+} &\approx v_R \sqrt{\frac{-(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})}{2}} - \frac{k_2^2 \lambda_{22}}{v_R \sqrt{-2(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})}} \\ &+ \mathcal{O}(1/v_R^3). \\ m_{H_4^-} &\approx v_R \sqrt{\frac{-(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22})}{2}} - \frac{k_2^2 \lambda_{22}}{v_R \sqrt{-2(\Lambda_{22} + \bar{\Lambda}_{22})}} \\ &+ \mathcal{O}(1/v_R^3). \end{aligned}$$

Se puede deducir a partir de estos resultados que:

$$m_{H_1^+}, m_{H_2^-}, m_{H_3^+}, m_{H_4^-} > m_{H_5^+}, \quad (22)$$

4.2 Campos Escalares Neutros (Parte Real)

Para hallar las masas de estos campos se consideró los términos cuadráticos en el potencial escalar referentes a: $H_{1a}, H_{1b}, H_{2a}, H_{2b}, H_{L1}$ y H_{R1} , que a la vez representan la base con la cual se construyó la matriz de estos campos escalares neutros (operadores de campos hermitianos).

$$\mathcal{M}_h^2 = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{16} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{26} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{61} & b_{62} & \cdots & b_{66} \end{pmatrix} \quad (23)$$

donde los elementos de matriz son de la forma:

$$\begin{aligned} b_{11} &= k_1^2 (\lambda_{11} + \lambda'_{11}), \\ b_{12} &= b_{21} = \frac{1}{2} \rho_{12} k_1 k_2, \\ b_{13} &= b_{31} = \lambda'_{11} k_1 k'_1, \\ b_{14} &= b_{41} = 0, \\ b_{15} &= b_{51} = \frac{k_1 v_L (\bar{\Lambda}_{11} + \bar{\Lambda}'_{11})}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_{16} &= b_{61} = \frac{k_1 v_R (\bar{\Lambda}_{11} + \bar{\Lambda}'_{11})}{2}, \\
b_{22} &= k_2^2 (\lambda_{22} + \lambda'_{22}), \\
b_{23} &= b_{32} = 0, \\
b_{24} &= b_{42} = \lambda'_{22} k'_1 k'_2, \\
b_{25} &= b_{52} = \frac{k_2 v_L (\bar{\Lambda}_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})}{2}, \\
b_{26} &= b_{62} = \frac{k_2 v_R (\bar{\Lambda}_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})}{2}, \\
b_{33} &= k'^2_1 (\lambda_{11} + \lambda'_{11}), \\
b_{34} &= b_{43} = \frac{1}{2} \rho_{12} k'_1 k'_2, \\
b_{35} &= b_{53} = \frac{k'_1 v_L (\bar{\Lambda}_{11} + \bar{\Lambda}'_{11})}{2}, \\
b_{36} &= b_{63} = \frac{k'_1 v_R (\bar{\Lambda}_{11} + \bar{\Lambda}'_{11})}{2}, \\
b_{44} &= k'^2_2 (\lambda_{22} + \lambda'_{22}), \\
b_{45} &= b_{54} = \frac{k'_2 v_L (\bar{\Lambda}_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})}{2}, \\
b_{46} &= b_{64} = \frac{k'_2 v_R (\bar{\Lambda}_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})}{2}, \\
b_{55} &= \lambda_{LR} v_L^2, \\
b_{56} &= b_{65} = 0, \\
b_{66} &= \lambda_{LR} v_R^2,
\end{aligned} \tag{24}$$

Similar al caso anterior de campos escalares simplemente cargados, se ha utilizado las ecuaciones de vínculo para expresar de forma mas sencilla los elementos de matriz. Cabe mencionar la gran importancia de las ecuaciones de vínculo, no solo para obtener restricciones de los parámetros del modelo, sino también de simplificar haciendo los cálculos menos laboriosos.

Se ha considerado continuar con las aproximaciones dadas en la ecuación (16), con el fin de simplificar los cálculos. Por tanto, la nueva matriz tiene la expresión:

$$\mathcal{M}_H^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & c_{24} & 0 & c_{26} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{42} & 0 & c_{44} & 0 & c_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{62} & 0 & c_{64} & 0 & c_{66} \end{pmatrix} \tag{25}$$

donde:

$$\begin{aligned}
c_{22} &= b_{22} = k_2^2 (\lambda_{22} + \lambda'_{22}), \\
c_{24} &= c_{42} = k_2^2 \lambda'_{22}, \\
c_{26} &= c_{62} = b_{26} = b_{62} = \frac{k_2 v_R (\bar{\Lambda}_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})}{2}, \\
c_{44} &= k'^2_2 (\lambda_{22} + \lambda'_{22}), \\
c_{46} &= c_{64} = \frac{k_2 v_R (\bar{\Lambda}_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})}{2}, \\
c_{66} &= b_{66} = \lambda_{LR} v_R^2,
\end{aligned} \tag{26}$$

la matriz (25) es simétrica y real. Se puede encontrar una matriz ortogonal que diagonalice a dicha matriz, sin

embargo, es posible obtener los valores propios exactos sin la necesidad de proponer una matriz ortogonal. Por lo tanto, al diagonalizarla se obtuvo los siguientes valores de masa teniendo en cuenta las aproximaciones dadas en (16)(valores cuadráticos):

1. Campos no masivos:

$$m_{H_1}^2 = m_{H_2}^2 = m_{H_3}^2 = 0, \tag{27}$$

se observa la existencia de tres campos de Higgs neutros sin masas.

2. Campos masivos:

$$\begin{aligned}
m_{H_4}^2 &= \frac{1}{2} [k_2^2 (\lambda_{22} + 2\lambda'_{22}) + \lambda_{LR} v_R^2 - \sqrt{\Delta}], \\
m_{H_5}^2 &= k_2^2 \lambda_{22}, \\
m_{H_6}^2 &= \frac{1}{2} [k_2^2 (\lambda_{22} + 2\lambda'_{22}) + \lambda_{LR} v_R^2 + \sqrt{\Delta}],
\end{aligned} \tag{28}$$

donde:

$$\begin{aligned}
\Delta &= [\lambda_{LR} v_R^2 - k_2^2 (\lambda_{22} + 2\lambda'_{22})]^2 \\
&+ 2k_2^2 v_R^2 (\bar{\Lambda}_{22} + \bar{\Lambda}'_{22})^2,
\end{aligned} \tag{29}$$

Se observa la existencia de tres Higgs neutros masivos donde se puede decir que uno de dichos campos correspondería al bosón de Higgs del ME. Además, de las expresiones de masas, (28) se puede afirmar que el parámetro λ_{22} debe ser positivo, como fue observado en la sección anterior y que se cumple lo siguiente:

$$m_{H_6}^2 \gg m_{H_4}^2, m_{H_5}^2,$$

para valores de $v_R \gg X$, donde X representa cualquier otro VEV diferente a v_R .

4.3 Campos Escalares Neutros (Parte Imaginaria)

Tomando en cuenta las componentes imaginarios de los campos de Higgs, la representación matricial de las contribuciones de los términos cuadráticos es expresada de la forma siguiente:

$$\mathcal{M}_{SI}^2 = \begin{pmatrix} n_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & n_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & n_{66} \end{pmatrix}, \tag{30}$$

donde, sin tomar en cuenta las ecuaciones de vínculo, resulta ser matriz diagonal, además, sus elementos de matriz (en este caso resultados exactos) de la diagonal toman la forma:

$$\begin{aligned}
n_{11} &= \frac{1}{4} (v_R^2 + v_L^2) (\bar{\Lambda}'_{11} + \Lambda_{11}) + \frac{k'^2_1 \lambda'_{11}}{2} \\
&+ \frac{k_2^2 \rho_{12}}{4} + \frac{k_2^2}{2} (\lambda'_{11} + \lambda_{11}) + \frac{\mu_{11}^2}{2} \\
n_{22} &= \frac{1}{4} (v_R^2 + v_L^2) (\bar{\Lambda}'_{22} + \Lambda_{22}) + \frac{k'^2_2 \lambda'_{22}}{2} \\
&+ \frac{k_1^2 \rho_{12}}{4} + \frac{k_2^2}{2} (\lambda'_{22} + \lambda_{22}) + \frac{\mu_{22}^2}{2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n_{33} &= \frac{1}{4}(v_R^2 + v_L^2)(\bar{\Lambda}_{11} + \Lambda_{11}) + \frac{k_1^2 \lambda'_{11}}{2} \\
&+ \frac{k_2'^2 \rho_{12}}{4} + \frac{k_1'^2}{2}(\lambda'_{11} + \lambda_{11}) + \frac{\mu_{11}^2}{2} \\
n_{44} &= \frac{1}{4}(v_R^2 + v_L^2)(\bar{\Lambda}_{22} + \Lambda_{22}) + \frac{k_2^2 \lambda'_{22}}{2} \\
&+ \frac{k_1'^2 \rho_{12}}{4} + \frac{k_2'^2}{2}(\lambda'_{22} + \lambda_{22}) + \frac{\mu_{22}^2}{2} \\
n_{55} &= \frac{k_1'^2}{4}(\bar{\Lambda}_{11} + \Lambda_{11}) + \frac{k_2'^2}{4}(\bar{\Lambda}_{22} + \Lambda_{22}) \\
&+ \frac{k_1^2}{4}(\bar{\Lambda}'_{11} + \Lambda_{11}) + \frac{k_2^2}{4}(\bar{\Lambda}'_{22} + \Lambda_{22}) \\
&+ \frac{\mu_{LR}^2}{2} + \frac{\lambda_{LR}}{2} v_L^2, \\
n_{66} &= \frac{k_1'^2}{4}(\bar{\Lambda}_{11} + \Lambda_{11}) + \frac{k_2'^2}{4}(\bar{\Lambda}_{22} + \Lambda_{22}) \\
&+ \frac{k_1^2}{4}(\bar{\Lambda}'_{11} + \Lambda_{11}) + \frac{k_2^2}{4}(\bar{\Lambda}'_{22} + \Lambda_{22}) \\
&+ \frac{\mu_{LR}^2}{2} + \frac{\lambda_{LR}}{2} v_R^2,
\end{aligned} \tag{31}$$

Esta matriz es expresada en la base: $\{I_{1a}, I_{1b}, I_{2a}, I_{2b}, I_{L1}, I_{R1}\}$; por ser ésta diagonal, automáticamente obtenemos los valores de masa (los cuadrados) de estos campos:

$$\begin{aligned}
m_{H_{I_1}}^2 &= n_{11}, & m_{H_{I_2}}^2 &= n_{22}, & m_{H_{I_3}}^2 &= n_{33}, \\
m_{H_{I_4}}^2 &= n_{44}, & m_{H_{I_5}}^2 &= n_{55}, & m_{H_{I_6}}^2 &= n_{66}
\end{aligned} \tag{32}$$

Sin embargo, al tomar en cuenta las ecuaciones de vínculo se obtiene que dichos campos no adquieren masa, es decir:

$$m_{H_{I_1}}^2 = m_{H_{I_2}}^2 = m_{H_{I_3}}^2 = m_{H_{I_4}}^2 = m_{H_{I_5}}^2 = m_{H_{I_6}}^2 = 0. \tag{33}$$

Aquí no es necesario usar las aproximaciones de la ecuación (16). Se puede decir que se tiene 6 bosones de Goldstone.

5 Identificando al Bosón de Higgs del ME:

Tomando en cuenta los cuadrados de las masas obtenidas para los campos de Higgs reales (neutros), ecuación (28), al hallar las masas considerando valores grandes de v_R comparados a otros valores de expectación introducidos en el modelo se obtiene:

$$\begin{aligned}
m_{H_4} &\approx k_2 \sqrt{\lambda_{22} + \lambda'_{22} + \lambda'^2_{22} - \frac{(\bar{\Lambda}'_{22} + \Lambda_{22})^2}{2\lambda_{LR}}} \\
&+ \mathcal{O}(1/v_R^2) \\
m_{H_5} &= k_2 \sqrt{\lambda_{22}}, \\
m_{H_6} &\approx v_R \sqrt{\lambda_{LR}} + \mathcal{O}(1/v_R),
\end{aligned} \tag{34}$$

el único valor exacto es el bosón escalar m_{H_5} , no necesariamente éste es el bosón de Higgs del ME. Debido a la gran cantidad de parámetros necesarios para describir el modelo, en especial en el sector de escalar y el sector de Yukawa[12], existe la posibilidad de que m_{H_4} sea el bosón de Higgs del ME ($= 125$ GeV)[3]. Al considerar el caso en que $v_R \rightarrow \infty$, pero finito, las masas de m_{H_4} y m_{H_6} se aproximan a:

$$\begin{aligned}
m_{H_4} &\approx k_2 \sqrt{\lambda_{22} + \lambda'_{22} + \lambda'^2_{22} - \frac{(\bar{\Lambda}'_{22} + \Lambda_{22})^2}{2\lambda_{LR}}} \\
m_{H_6} &\approx v_R \sqrt{\lambda_{LR}},
\end{aligned} \tag{35}$$

se observa que el parámetro λ_{LR} tiene un signo definido (positivo), donde se cumple:

$$m_{H_6} \gg m_{H_4}, m_{H_5},$$

como fue observado anteriormente.

Se puede considerar el siguiente análisis:

- Si $m_{H_6} > m_{H_4} > m_{H_5}$, entonces m_{H_5} sería el bosón de Higgs del ME.
De acuerdo al particle data group (PDG)[8]: $M_{Higgs} = 125.10 \pm 0.14$ GeV. Por tanto, comparando:

$$M_{Higgs} = 125.10 = M_{H_5} = k_2 \sqrt{\lambda_{22}}, \tag{36}$$

Se mencionó anteriormente que a escalas del ME, es decir, energías alrededor de la masa del bosón neutro Z^0 , el parámetro k_2 puede tomar un valor máximo de 246 GeV [8]). De aquí se obtiene la siguiente condición para λ_{22} :

$$\lambda_{22} \geq 0.259 \tag{37}$$

- Si $m_{H_6} > m_{H_5} > m_{H_4}$
En este caso m_{H_4} sería el bosón de Higgs del ME, por lo que al comparar se tendría la siguiente condición:

$$k_2 \sqrt{\lambda_{22} + \lambda'_{22} + \lambda'^2_{22} - \frac{(\bar{\Lambda}'_{22} + \Lambda_{22})^2}{2\lambda_{LR}}} = 125.10 \tag{38}$$

Como ya se mencionó a escalas de energía del ME, el máximo valor que puede tomar k_2 es 246 GeV, obteniéndose:

$$\lambda_{22} + \lambda'_{22} + \lambda'^2_{22} - \frac{(\bar{\Lambda}'_{22} + \Lambda_{22})^2}{2\lambda_{LR}} \geq 0.067. \tag{39}$$

Los resultados obtenidos en las expresiones (37) y (39) se complementan con lo obtenido a través de las ecuaciones de vínculo y son útiles en los cálculos fenomenológicos. Recordar que de acuerdo a las bibliografías, ver [20], primero se rompe la simetría a través del VEV v_R , cuyo valor es del orden de 1 TeV (en general $v_R > 1$ TeV).

6 Conclusiones

El objetivo de este trabajo ha sido identificar el bosón de Higgs del ME así como calcular las masas de los demás escalares y esto lo hemos obtenido considerando ciertas condiciones adicionales que deben cumplir los parámetros correspondientes. De acuerdo a los resultados obtenidos el modelo presenta (sólo en el sector escalar): 3 bosones de Higgs neutros masivos y tres neutros no masivos, 6 partículas masivas simplemente cargadas y 6 partículas no físicas sin masas (componentes imaginarias de los campos neutros), todo ello como consecuencia del rompimiento espontáneo de la simetría. Se puede decir que de lo obtenido anteriormente las partículas no físicas representan seis bosones de Goldstone que van a ser absorbidas para dar masa a los bosones vectoriales que propone el modelo: W_L^\pm , W_R^\pm , Z_L , Z_R , (Se cumple el Teorema de Goldstone) El caso del bosón vectorial que lleva la fuerza electromagnética, el fotón, sigue siendo no masivo como debe ser para que el modelo sea consistente. Es necesario mencionar que la mayoría de los modelos se diferencian por su sector escalar, ya que es relevante

definir dicho sector con el fin de aplicar el mecanismo de Higgs junto con el rompimiento espontáneo de la simetría para hacer de la teoría coherente (renormalizable), además, aunque no hemos enfatizado en el sector leptónico todas las fermiones predichos en el modelo son partículas de Dirac, incluyendo a los neutrinos (partículas masivas en el modelo).

El bosón de Higgs más masivo es el m_{H_6} , como consecuencia de su dependencia directamente proporcional a v_R , que es el VEV mas grande (en TeV), comparado a los otros, que a su vez son soluciones de las ecuaciones de vínculo. Por ejemplo, si $\lambda_{LR} = 16$ y $v_R = 1$ TeV entonces: $m_{H_6} = 4$ TeV.

Agradecimientos

Se agradece el apoyo de este trabajo de investigación al Programa de Becas de Doctorado en física de la Facultad de Ciencias de la UNI-Convenio Nro. 168 FONDECYT-UNI. Asimismo, se agradece el aporte invaluable del profesor Vicente Pleitez del Instituto de Física Teórica (IFT)- Sao Paulo - Brasil.

1. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264
2. S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 30 (2012) [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].
3. G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 1 (2012) [arXiv:1207.7214 [hep-ex]].
4. E. C. F. S. Fortes, V. Pleitez and F. W. Stecker, JCAP **1802**, no. 02, 026 (2018); [aeXiv:1703.05275].
5. M. Gell-Mann, A. Pais, Phys. Rev. **97**, 1387 (1955).
6. Langacker, Paul (2010). TAKAAKI KAJITA, REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA 28s, 1-3, 2016 ISSN 1562-3823.DISCOVERY OF NEUTRINO OSCILLATIONS
7. J. C. Pati and A. Salam, Phys. Rev. D **10**, 275 (1974) Erratum: [Phys. Rev. D **11**, 703 (1975)]; R. N. Mohapatra and J. C. Pati, Left-Right Gauge Symmetry and an Isoconjugate Model of CP Violation, Phys. Rev. D **11**, 566 (1975); R. N. Mohapatra and J. C. Pati, A Natural Left-Right Symmetry, Phys. Rev. D **11**, 2558 (1975); G. Senjanovic and R. N. Mohapatra, Exact Left-Right Symmetry and Spontaneous Violation of Parity, Phys. Rev. D **12**, 1502 (1975); G. Senjanovic, Spontaneous Breakdown of Parity in a Class of Gauge Theories, Nucl. Phys. B **153**, 334 (1979), and references therein.
8. M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018) and 2019 update.
9. A. Maiezza, M. Nemevsek, F. Nesti and G. Senjanovic, Phys. Rev. D **82**, 055022 (2010), [arXiv:1005.5160 [hep-ph]].
10. G. Senjanovic and V. Tello, Parity and the origin of neutrino mass, arXiv:1912.13060 [hep-ph].
11. R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, Phys. Rev. Lett. **44**, 912 (1980)
12. H. Diaz Chavez, V. Pleitez and O. P. Ravinez, Dirac neutrinos in a $SU(2)$ left-right symmetric model, arXiv:1908.02828 [hep-ph].
13. R. E. Marshak and R. N. Mohapatra, Phys. Lett. **91B**, 222 (1980).
14. A. Davidson, Phys. Rev. D **20**, 776 (1979).
15. E. Castillo-Ruiz, 1, V. Pleitez, 2 , and O. P. Ravinez 1, 3, Electric charge assignment in quantum field theories, arXiv:2001.03104v1 [hep-ph] 9 Jan 2020, [arXiv:1505.01934 [hep-ph]].
16. G. Senjanovic and V. Tello, Phys. Rev. Lett. **119**, no. 20, 201803 (2017) [arXiv:1612.05503 [hep-ph]].
17. G. Senjanovic and V. Tello, Disentangling Seesaw in the Minimal Left-Right Symmetric Model, arXiv:1812.03790 [hep-ph].
18. Rabindra N. Mohapatra, Palash B. Pal, Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics, World Scientific Lecture Notes in Physics-Vol. 72,
19. Francis Halzen and Alan D. Martin, Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics Jhon Wiley and Sons - 1984. [
20. Chang Hun Lee, Doctor of Philosophy, 2017, Left-Right Symmetric Model and its TeV-Scale Phenomenology, Dissertation directed by: Rabindra N. Mohapatra.