

RELACIONES ENTRE LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS, LA TASA DE CRECIMIENTO Y LA TASA DE INFLACIÓN

CARLOS CERVANTES GRUNDY

Las Matemáticas Financieras tienen un vasto campo de aplicación en todas las disciplinas y muy especialmente en el sector económico y financiero que involucra la variable central del capital, expresada en dinero, que asume valores diferentes en el tiempo en función de una tasa de interés convenida por las partes, deudor y acreedor. Las Matemáticas Financieras es una ciencia de aplicación cotidiana en la vida de las personas y de las empresas, por ello resulta imprescindible su cabal comprensión, pues los errores que con ellas se cometen tienen repercusión directa en los resultados esperados. El estudio de las matemáticas financieras permitirá al usuario, profesional o estudiante, adquirir los conocimientos necesarios para comprender las implicaciones que tienen las variaciones del valor del dinero en el tiempo.

Las matemáticas financieras, es una de las ciencias aplicadas que se deriva de las ciencias matemáticas puras y abstractas, por esto, sus fundamentos teóricos, la lógica de sus diferentes métodos y el instrumental desarrollado sirven para tomar decisiones y resolver problemas con precisión. Así mismo, el conocimiento de esta ciencia, conjuntamente con otras ciencias, como la estadística, dan lugar a crear y afrontar situaciones nuevas con éxito, de operaciones más complejas y modernas como los de la ingeniería financiera.

Para comprender la teoría del valor del dinero en el tiempo, en este artículo, trataremos tan sólo de una variable fundamental, la tasa de interés. El precio de una operación financiera es la tasa de interés que se expresa en tanto por ciento por unidad de tiempo. Sin embargo, para abordar este tema, de manera didáctica y sencilla, trataremos primero el concepto referido a la tasa de crecimiento, y por extensión la tasa de inflación, para continuar finalmente con la tasa de interés.

LA TASA DE CRECIMIENTO

CONCEPTO

Es una medida de variación de una variable económica, experimentada u observada, a través del tiempo por períodos y expresada mediante una tasa porcentual, denominada tasa de crecimiento o tasa de decrecimiento.

La tasa de crecimiento, es aplicable a varios hechos de naturaleza económica, como la tasa de crecimiento del producto bruto interno, la tasa de crecimiento de la deuda externa, la tasa de crecimiento de los precios generalizada o tasa de inflación, la tasa de deterioro de los términos de intercambio, la tasa de interés efectiva, la tasa de interés real, las tasas de interés equivalentes y otras variables de las múltiples disciplinas de la ciencia. Con la práctica y comprensión del concepto referido a la tasa de crecimiento, se facilitará entender el concepto y aplicación de todas las anteriores tasas, pues todas varían y dependen de la variable del tiempo.

Sin embargo, para abordar este tema, de manera didáctica y sencilla, partiremos primero tratando sobre un hecho familiar y muy común, nos referimos al crecimiento de un niño recién nacido por espacio de un año. Crecimiento que será observado de manera absoluta y relativa con tasas de crecimiento por período; que pueden ser: tasas de crecimiento anual, semestral, trimestral, mensual y por día. Este hecho lo abordaremos mediante el siguiente problema:

PROBLEMA

Partamos entonces con el problema de simulación siguiente: Un niño que al nacer mide 50 cm., al cabo de tres meses mide 55 cm., otros tres meses después mide 59.4 cm., pasado el tercer trimestre mide 68.3 cm., y pasado el cuarto trimestre o al año de nacido mide 81.972 cm. Se pregunta:

- a. ¿Cuál es la tasa de crecimiento del niño en cada trimestre?
- b. ¿Cuál es la tasa de crecimiento del niño después de dos trimestres de nacido?
- c. ¿Cuál es la tasa de crecimiento del niño después de tres trimestres de nacido?
- d. ¿Cuál es la tasa de crecimiento del niño en el primero y segundo semestre?
- e. ¿Cuál es la tasa de crecimiento del niño durante todo el año?

Consideremos el gráfico N°1 siguiente, para dar respuesta a las preguntas:

RESPUESTA A.- La tasa de crecimiento para cada uno de los cuatro trimestres es:

Gráfico Nº a.1



Crecimiento del primer trimestre es de: $55 - 50 = 5$

Expresado en porcentaje es: $\frac{5}{50} * 100 = 10\%$

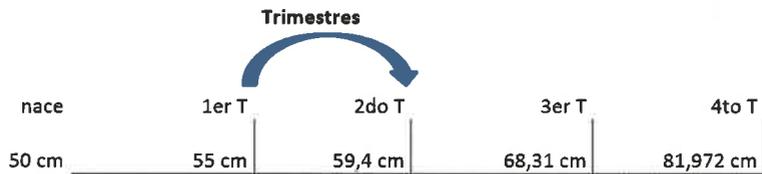
Otra forma de cálculo sería: $\left[\frac{55-50}{50} \right] * 100 = \left[\frac{55}{50} - \frac{50}{50} \right] * 100$

Finalmente, el cálculo más rápido y simplificado para,

hallar la tasa de crecimiento del primer trimestre es: $\left[\frac{55}{50} - 1 \right] * 100 = 10\%$

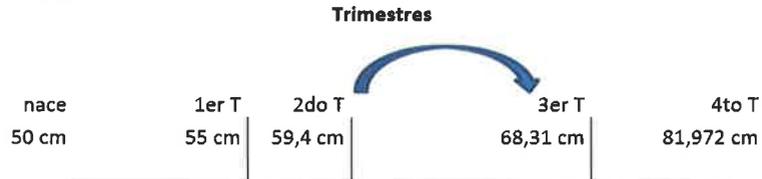
Este último procedimiento utilizaremos para calcular el valor de la tasa de crecimiento de los otros tres trimestres, que tienen el valor absoluto del crecimiento en centímetros del niño, en los dos extremos del período, al inicio y al final.

Gráfico Nº a.2



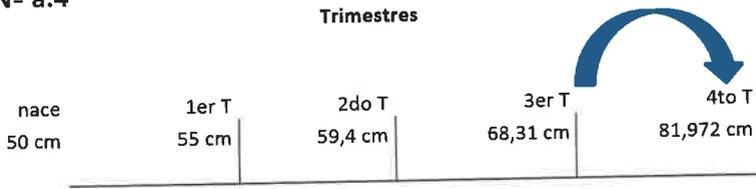
El crecimiento del segundo trimestre es de: $\left[\frac{59,4}{55} - 1 \right] * 100 = 8\%$

Gráfico Nº a.3



El crecimiento del tercer trimestre es de: $\left[\frac{68,31}{59,4} - 1 \right] * 100 = 15\%$

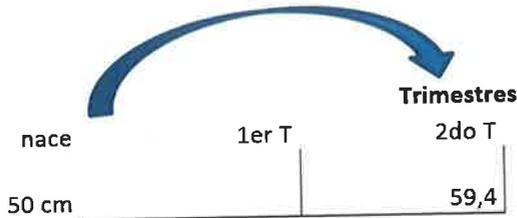
Gráfico N° a.4



El crecimiento del cuarto trimestre es de: $\left[\frac{81,972}{68,31} - 1 \right] * 100 = 20\%$

RESPUESTA B.- la tasa de crecimiento del niño después de dos trimestres es:

Gráfico N° b.1.



Tasa de crecimiento después de dos trimestres es de: $\left[\frac{59,4}{50} - 1 \right] * 100 = 18,8\%$

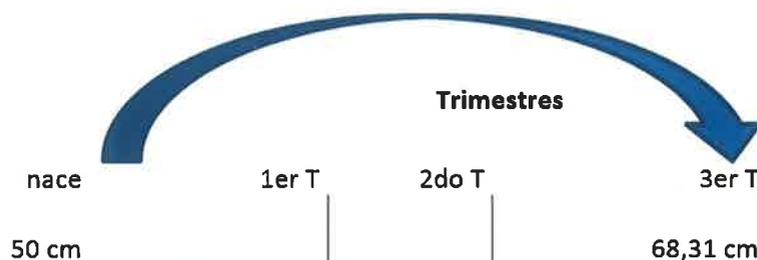
Lo importante aquí, es observar que contando con sólo las tasas de crecimiento del primero y segundo trimestre, 10% y 8% respectivamente ya calculados, se puede hallar directamente el crecimiento de dos trimestres de nacido el niño o lo que es igual, la tasa de crecimiento del primer semestre de nacido el niño; sin conocer el tamaño alcanzado al principio y al final del semestre. Se calcula de la siguiente manera:

Tasa de crecimiento de dos trimestres es: $[(1+0,10)(1+0,08)-1] * 100 = 18,8\%$

O sea: la tasa de crecimiento del semestre es: $[(1+0,10)(1+0,08)-1] * 100 = 18,8\%$
No vaya a cometer el error de sumar la tasa de crecimiento del primer y segundo trimestre, para hallar la tasa de crecimiento del primer semestre.

RESPUESTA C.- La tasa de crecimiento del niño después de tres meses de nacido es:

Gráfico N° c.1.



Calculemos ahora la tasa de crecimiento a los tres trimestres de nacido, conociendo el tamaño del niño al inicio y al final de los tres trimestres como se ve en el gráfico.

Tasa de crecimiento después de tres trimestres es de: $\left[\frac{68,31}{50} - 1 \right] * 100 = 36.62\%$

Ahora calculemos la tasa de crecimiento a los tres meses de nacido el niño, conociendo sólo las tasas de crecimiento de los tres primeros trimestres, ya calculadas anteriormente, igual a 10%, 8% y 15% respectivamente.

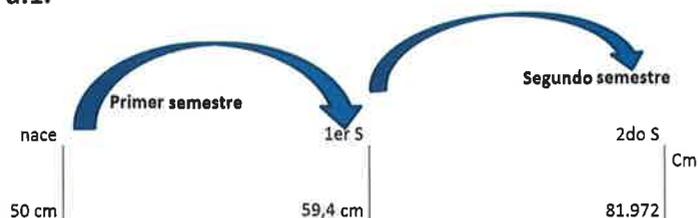
Entonces la tasa de crecimiento después de tres trimestres es de:

$$(1+0.10) (1+0.08) (1+0.15) - 1 = 36.62\%$$

No vaya a cometer el error de sumar la tasa de crecimiento del primer, segundo y tercer trimestre, para hallar la tasa de crecimiento de los tres primeros trimestres.

RESPUESTA D.- Las tasas de crecimiento de los dos semestres son:

Gráfico N° d.1.



Ahora, entonces, procederemos al cálculo de tasas de crecimiento para diferentes períodos, sólo utilizando tasas de crecimiento conocido, de los cuatro trimestres del año 10%, 8%, 15% y 20% para el primero, segundo, tercero y cuarto trimestre respectivamente. Así:

La tasa de crecimiento del primer semestre es: $(1+0.10)(1+0.08) - 1 = 18.8\%$

La tasa de crecimiento del segundo semestre es: $(1+0.15)(1+0.20) - 1 = 38.0\%$

Adicionalmente, podemos calcular el tasa de crecimiento del año, considerando las tasas de crecimiento de los dos semestres del año. Así:

La tasa de crecimiento del año es: $(1+0.188)(1+0.38) - 1 = 63.944\%$

RESPUESTA E.- La tasa de crecimiento del niño en el primer año es:

Por lo observado anteriormente, contamos entonces, con dos procedimientos para realizar el mismo cálculo.

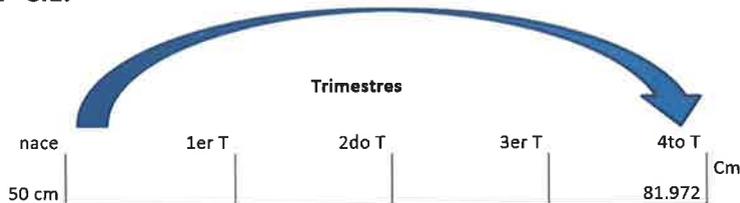
Primero, conociendo el tamaño del niño al nacer y el tamaño, al término del año, tales datos son efectivamente conocidos y son de 50 cm y de 81.972 cm, entonces:

Tasa de crecimiento del primer año del niño es: $\left[\frac{81.972}{50} - 1 \right] * 100 = 63.944\%$

Segundo, conociendo las tasas de crecimiento de los cuatro trimestres del año ya conocidas del 10%, 8%, 15% y 20% respectivamente, se tiene:

$$(1+0.10)(1+0.08)(1+0.15)(1+0.20) - 1 = 63.944\%$$

Gráfico N° e.1.



Conocido el procedimiento de cálculo anterior, para tasas de crecimiento, se puede entonces responder a las preguntas que vienen sin mayor dificultad.

Pregunta N° 1.- ¿Cuál es la tasa de crecimiento promedio trimestral, semestral y mensual del crecimiento del niño?

Si consideramos el promedio trimestral, se trata de una misma tasa de crecimiento trimestral equivalente no conocida, a la que llamaremos X_t , con las que hallaremos la tasa de crecimiento anual igual de 63.944%, procediendo con el método ya conocido. Así:

$$(1+X_t)(1+X_t)(1+X_t)(1+X_t) - 1 = 0.63944$$

Por ser cuatro períodos trimestrales de crecimiento, Luego:

$$\begin{aligned} (1+X_t)^4 - 1 &= 0.63944 && \text{Despejando:} \\ X_t &= (1+0.63944)^{1/4} - 1 \\ X_t &= 0.131550346 \\ X_t &= 13.1550346\% \end{aligned}$$

Donde X_t = tasa de crecimiento equivalente trimestral

Si consideramos el promedio semestral, se trata de una misma tasa de crecimiento equivalente semestral no conocida, a la que llamaremos X_s con las que hallaremos la misma tasa de crecimiento anual igual de 63.944%, procediendo con el método ya conocido. Así:

$$\begin{aligned} (1+X_s)(1+X_s) - 1 &= 0.63944 \\ (1+X_s)^2 &= 1+0.63944 \\ X_s &= (1+0.63944)^{1/2} - 1 \\ X_s &= 0.2804062 \\ X_s &= 28.04062\% \end{aligned}$$

Donde X_s = tasa de crecimiento equivalente semestral

Si consideramos el promedio mensual, se trata de una misma tasa de crecimiento equivalente mensual no conocida, a la que llamaremos X_m con las que hallaremos la misma tasa de crecimiento anual igual de 63.944%, procediendo con el método ya conocido. Así:

Como se trata de doce tasas de crecimiento mensual iguales, entonces:

$$\begin{aligned} (1+X_m)^{12} - 1 &= 0.63944 \\ X_m &= (1+0.63944)^{1/12} - 1 \\ X_m &= 0.042056565 \\ X_m &= 4.2056565\% \end{aligned}$$

Donde X_m = tasa de crecimiento equivalente mensual

CONCLUSIONES

Con la presentación anterior podemos inferir, que conociendo las diferentes tasas de crecimiento por período, sea esta mensual, bimensual, trimestral o semestral, siempre se podrá hallar la tasa equivalente de crecimiento anual.

Y de manera inversa, conociendo la tasa de crecimiento anual podemos hallar las tasas equivalentes de crecimiento promedio por período, mensual, bimensual, trimestral, semestral y anual.

Si se trata de crecimientos periódicos iguales, entonces dado la tasa de crecimiento de uno de los períodos, se pueden hallar las tasas de crecimiento equivalente de los otros períodos sin mayor dificultad.

Con los procedimientos de cálculo, referidos a tasas de crecimiento, nos facilita la comprensión y cálculo de las tasas de interés efectiva equivalentes, para cualquier período, conociendo la tasa de interés efectiva de uno de los períodos.

LA TASA DE INFLACIÓN

CONCEPTO. La inflación es una tasa que mide la elevación sostenida de los precios de los bienes y servicios; por otra parte, es un coeficiente que expresa la relación entre dos magnitudes. Ambos conceptos nos permiten acercarnos a la noción de tasa de inflación, que refleja el aumento porcentual de los precios en un cierto período temporal.

DEFINICIÓN. La inflación es el aumento continuo, sustancial y general del nivel de precios de la economía, que trae consigo aumento en el costo de vida y pérdida del poder adquisitivo de la moneda. Por ejemplo: si la tasa de inflación anual resulta ser del 12.5%; esto nos indica que, por los bienes y servicios comprados por 100 unidades monetarias a principios año, al terminar el año, por los mismos bienes y servicios estaremos pagando 112.5 unidades monetarias, generando por tanto un deterioro en el bienestar de las familias que mantienen los mismos ingresos monetarios durante el mismo año.

A continuación se planteará el desarrollo de uno o más problemas relacionados con las tasas de inflación en la economía, que serán resueltas bajo el mismo método que se hizo con las tasas de crecimiento.

Problema.- Si el INEI informa que las tasas de inflación para los doce meses del año son:

Enero, 2.1%	Febrero, 1.4%	Marzo, 3.1%
Abril, 1.5%	Mayo, 2.0%	Junio, 2.5%
Julio, 1.8%	Agosto, 3.0%	Setiembre, 2.3%
Octubre, 2.8%	Noviembre, 3.2%	Diciembre, 1.6%

Con esta información se pide calcular:

- La tasa de inflación del primer trimestre
- La tasa de inflación del segundo y sexto bimestre
- La tasa de inflación acumulada de mayo a setiembre, y la tasa promedio mensual del mismo período.
- La tasa de inflación del segundo, tercero y cuarto trimestre
- La tasa de inflación de los nueve últimos meses del año.
- La tasa de inflación del primero y segundo semestre.
- La tasa de inflación del año.
- La tasa de inflación promedio trimestral y semestral del año.
- La tasa de inflación promedio de mensual
- La tasa de inflación promedio diaria.

Respuesta a.

La tasa de inflación del primer trimestre será:

$$(1+0.021) (1+0.014) (1+0.031)-1 = 0.06734 \quad 6.73\%$$

Respuesta b.

La tasa de inflación del segundo bimestre es:

$$(1+0.031) (1+0.015)-1 = 0.04646 \quad 4.65\%$$

La tasa de inflación del sexto bimestre es:

$$(1+0.032) (1+0.016) -1 = 0.048512 \quad 4.85\%$$

Respuesta c.

La tasa de inflación acumulada de mayo a setiembre es:

$$(1+0.02) (1+0.025) (1+0.018) (1+0.03) (1+0.023)-1 = 0.12146 \quad 12.15\%$$

La tasa de inflación promedio mensual del período mayo a setiembre es:

Si: ∂ = tasa de inflación promedio mensual del período solicitado

$$(1+\partial)^5 -1 = 0.12146$$

$$\partial = (1+0.12146)^{1/5} -1$$

$$\partial = 0.02319 \quad \partial = 2.32\%$$

Respuesta d.

La tasa de inflación del segundo trimestre es:

$$(1+0.015)(1+0.02)(1+0.025) - 1 = 0.06118 \quad 6.12\%$$

La tasa de inflación del tercer trimestre es:

$$(1+0.018)(1+0.03)(1+0.023) - 1 = 0.07266 \quad 7.27\%$$

La tasa de inflación del cuarto trimestre es:

$$(1+0.028)(1+0.032)(1+0.016) - 1 = 0.07787 \quad 7.79\%$$

Respuesta e.

Como en la respuesta d, tengo la tasa de inflación de los últimos tres trimestres del año; entonces, con estos datos puedo hallar la tasa de inflación de los últimos nueve meses del año, así:

$$(1+0.06118)(1+0.07266)(1+0.07787) - 1 = 0.22692 \quad 22.69\%$$

Respuesta f.

Como en anteriores respuestas a y f tengo las tasas de crecimiento de los cuatro trimestres del año; tomo esos datos para dar respuesta a la pregunta f. Así:

Tasa de inflación del primer semestre es:

$$(1+0.06734)(1+0.06118) - 1 = 0.13264 \quad 13.26\%$$

Tasa de inflación del segundo semestre es:

$$(1+0.07266)(1+0.07787) - 1 = 0.15619 \quad 15.62\%$$

Respuesta g.

Como en la respuesta anterior, tengo las tasas de inflación de los dos primeros semestres; tomo esos datos para hallar la tasa de inflación anual. Así:

$$(1+0.13264)(1+0.15619) - 1 = 0.30955 \quad 30.95\%$$

Respuesta h.

La tasa de inflación promedio trimestral del año será:

Tomo como dato la tasa de inflación anual de 30.955%

Si: ∂_t = tasa de inflación promedio trimestral

Entonces: $(1+\partial_t)^4 - 1 = 0.30955$

$$\partial_t = (1+0.30955)^{1/4} - 1$$

Donde: $\partial_t = 0.069746 \quad 6.9746\%$

La tasa de inflación promedio semestral es:

Igualmente se toma como dato la tasa de inflación anual de 30.955%

Si: ∂_s = tasa de inflación promedio semestral

Entonces: $(1+\partial_s)^2 - 1 = 0.30955$

$$\partial_s = (1+0.30955)^{1/2} - 1$$

$$\partial_s = 0.144356 \quad 14.44\%$$

Respuesta i.

La tasa de inflación promedio mensual será:

Tomo como dato la tasa de inflación anual de 30.955%

Si: ∂_m = Tasa de inflación promedio mensual

$$(1 + \partial_m)^{12} - 1 = 0.30955$$

$$\partial_m = (1 + 0.30955)^{1/12} - 1$$

$$\partial_m = 0.022754\% \qquad 2.2754\%$$

Respuesta j.

La tasa de inflación promedio diaria será:

Tomo como dato la tasa de inflación anual de 30.955%

Si: ∂_d = Tasa de inflación promedio diaria

$$(1 + \partial_d)^{365} - 1 = 0.30955$$

$$\partial_d = (1 + 0.30955)^{1/365} - 1$$

$$\partial_d = 0.000739132 \qquad 0.0739132\%$$